

На правах рукописи

Литвинов Степан Викторович

**МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В
ПОЛИМЕРНЫХ И КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛАХ
ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМ ВОЗДЕЙСТВИИ**

1.4.7. Высокомолекулярные соединения

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
доктора технических наук

Ростов–на–Дону — 2022

Работа выполнена на кафедре «Сопротивление материалов» федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Донской государственной технической университет».

Научный консультант: **Языев Батыр Меретович** — доктор технических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Донской государственной технической университет», профессор кафедры «Сопротивление материалов»

Официальные оппоненты: **Дебердеев Тимур Рустамович** — доктор технических наук, доцент, ФГБОУ ВО «Казанский национальный исследовательский технологический университет», заведующий кафедрой «Технологии переработки полимеров и композиционных материалов»

Цобкалло Екатерина Сергеевна — доктор технических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна», заведующий кафедрой инженерного материаловедения и метрологии

Дербишер Вячеслав Евгеньевич — доктор химических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный технический университет», профессор кафедры «Технология высокомолекулярных и волокнистых материалов»

Ведущая организация: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет»

Защита состоится 15 апреля 2022 года в 13:00 часов на заседании диссертационного совета 24.2.308.03 при ФГБОУ ВО «Кабардино–Балкарский государственный университет им. Х. М. Бербекова» по адресу: 360004, г. Нальчик, ул. Чернышевского, 173, ауд. 203 (диссертационный зал).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ФГБОУ ВО «Кабардино–Балкарский государственный университет им. Х. М. Бербекова» (<http://diser.kbsu.ru>). Сведения о защите и автореферат диссертации размещены на официальном сайте ВАК Министерства образования и науки РФ (<http://vak.ed.gov.ru>).

Отзывы на автореферат просим направлять по адресу: 360004, г. Нальчик, ул. Чернышевского, 173, КБГУ, ученому секретарю диссертационного совета 24.2.308.03 (e-mail: i_dolbin@mail.ru).

Дата рассылки автореферата 02 марта 2022 г.

Учёный секретарь
диссертационного совета
24.2.308.03

Игорь Викторович
ДОЛБИН

Общая характеристика работы

Актуальность проблемы. Несмотря на широкое распространение полимерных материалов, они имеют ряд особенностей, накладывающих ряд серьёзных ограничений на возможную сферу их применения. В отличие от подавляющего большинства «классических» материалов, используемых во многих отраслях: строительство, машиностроение, авиастроение и т.д. — полимерные материалы обладают особенностями, которыми никоим образом нельзя пренебрегать.

Во-первых, это сильная зависимость физико-механических параметров (упругих и реологических) полимера от многочисленных факторов, основным из которых является температура. Физико-механические параметры ряда полимеров при изменении температуры в пределах нескольких десятков градусов меняют свои значения в несколько раз. Особенно это становится заметно, если температурные режимы находятся в относительной близости к температуре стеклования полимера. Таким образом, необходимо максимально точно определять физико-механические параметры полимера. Ситуация осложняется тем, что существующие и используемые до настоящего времени методики весьма сложны и громоздки.

Во-вторых, это выраженная реология полимеров. Это свойство может играть как положительную роль — процесс релаксации напряжений в полимерной конструкции за счёт высокоэластических деформаций, так и отрицательную — рост напряжений за счёт этих же деформаций, которые могут в разы превышать упругие деформации.

Решением поставленных задач возлагается на механику полимеров, представленную рядом научных подходов. Так, научная специальность «Высокомолекулярные соединения» исследует физические состояния и фазовые переходы в высокомолекулярных соединениях, а также реологию полимеров и композитов. При этом раздел механики деформируемого твёрдого тела оперирует необходимыми уравнениями механики тела, разрабатывает математические подходы решения поставленных задач и исследует вопросы механика композиционных и интеллектуальных материалов и конструкций, а также вопросы теории пластичности и ползучести. Таким образом, необходим комплексный подход для определения свойств полимерных материалов и их последующего расчета.

Зачастую бывает сложно определить функцию, описывающую физико-механические характеристики материала, особенно полимеров, поскольку необходимо учитывать не только упругие, мгновенные, параметры, но и высокоэластические. Следовательно, перед исследователями стоит достаточно острый вопрос определения функциональной зависимости указанных параметров.

Таким образом, исследование новых и совершенствование существующих методов расчёта конструкций из полимерных материалов на прочность, деформативность, долговечность, с учётом множества факторов, влияющих на упругие и реологические параметры полимеров (температура, наличие

различных добавок, наличие приводящего к деструкции или сшиванию молекул полимера ионизирующего излучения и т. д.), является актуальным.

Степень разработанности темы.

Решение подобных задач в настоящее время осуществляется, как правило, при помощи современных программных продуктов, основанных на методе конечных элементов (далее — МКЭ). Однако, заложенные в них законы связи напряжений и деформаций в основном ограничены только необратимыми процессами. Характерной особенностью полимерных изделий как раз является развитие обратимых во времени деформаций. Для их учёта автор использует в диссертационной работе нелинейное обобщённое уравнение Максвелла–Гуревича, отсутствующее в популярных МКЭ продуктах; все программные модули автором написаны самостоятельно в программном комплексе MatLab. В связи с вышесказанным для корректного описания свойств полимерных тел необходимо использовать аппарат механики полимеров.

Проведённый литературный обзор показал, что вопросы исследования жёстких сетчатых полимеров изложены в небольшом количестве работ. Подобная ситуация обстоит и с работами по вопросам исследования и развития методов расчёта конструкций и их элементов из гомогенных и армированных полимеров в различных диапазонах температур и напряжений. Практически полностью отсутствуют, как среди отечественных учёных, так и среди зарубежных, работы по исследованию механики армированных полимеров, учитывающие зависимость релаксационных свойств от температуры; приведение полных систем уравнений механики подобных армированных полимеров, а также алгоритм их использования для решения прочностных задач.

В имеющихся трудах представлены, как правило, теоретические исследования с применением линеаризованных физических соотношений, которые не всегда позволяют полноценно описать работу полимера в заданных условиях эксплуатации. Для описания работы полимерных материалов, максимально соответствующей их реальной работе, необходимо использовать нелинейные физические соотношения, полученные феноменологически, т.е. было произведено некоторое обобщение линейных соотношений, в работах М. И. Розовского, А. А. Ильюшина с коллегами, А. К. Малмейстера и др.

Если говорить о вопросах практического использования полимеров, к примеру, в качестве материала для изготовления труб, то проблемы исследования их напряжённо–деформированного состояния (далее — НДС) изложены в работах А. Л. Якобсена, В. С. Ромейко, А. Н. Шестопала, А. А. Персиона, J. Hessel и др. Проблемы исследования и расчёта конструкций и их элементов из полимерных материалов связаны с особенностями поведения материала при деформировании и, как говорилось ранее, существенной функцией их физико–механических параметров от температуры. Так, термопласты могут претерпевать упругие деформации до значений 0.1–0.2 при температурах в диапазоне от 0 до +95 °С. Этим явлением занимались такие учёные, как Э. Л. Калинин, Е. И. Каменев, Г. Д. Мясников, М. Б. Саковцев, М. П. Платонов и др. При этом исследований

влияния нелинейных свойств полимерных материалов на НДС конструкций в осесимметричной постановке практически не проводились.

На основании исследований элементов конструкций из полимерных материалов (J. M. Hill, C. A. Martins, A. M. Milan, C. P. Pesce, R. Ramos, В. И. Андреев, А. А. Аскадский, Г. М. Бартенев, Д. Ф. Коган, М. Н. Попов, А. Л. Рабинович, Р. А. Турусов и др.) установили, что деформативные и прочностные свойства термопластов (поливинилхлорид, полиэтилен, полипропилен и др.) могут меняться в разы в пределах нормативных эксплуатационных температур (от 0 до +80 °С).

С учётом того, что физико–механические параметры полимеров сильно зависят от температуры, необходимо весьма точно определять распределение температурного поля в конструкциях и их элементах. В подавляющем большинстве существующих работ принимали упрощённый закон распределения температуры, к примеру, логарифмический, справедливый только в статических задачах, не учитывающих изменение температурного поля во времени.

Цель работы — комплексная оптимизация определения НДС гомогенных и гетерогенных систем сетчатых и линейных полимеров, а также иных материалов, как при статических нагрузках, так и при воздействии физических полей, разработке методов, алгоритмов и расчётных модулей для ЭВМ и решении на их основе задач, имеющих важное практическое применение.

Задачи работы:

1. Проведение анализа современного состояния и тенденций развития данной проблемы в Российской Федерации и зарубежом.

2. Выбор методических вопросов определения зависимостей, максимально точно аппроксимирующих реальные законы изменения механических характеристик тел и функций нагрузок.

3. Разработка методики определения функциональной зависимости физико–механических параметров полимера в зависимости от множества факторов: температуры, ионизирующего излучения, а также от наличия добавок.

4. Апробация достоверности решения плоских осесимметричных задач для полимера путём решения их несколькими методами (МКР и МКЭ) с последующим анализом и сопоставлением результатов.

5. Разработка 4–узлового конечного элемента (далее — КЭ), описывающего работу полимерных конструкций с учётом термовязкоупругости и апробация достоверности решения с использованием полученного 4–узлового КЭ. Сравнение с другими вариантами узлового моделирования КЭ.

6. Расчёт адгезионного соединения с течением времени (длительная прочность) с использованием нелинеаризованной и линеаризованной теорий и сопоставлением решений с другими авторами и их моделями.

Научная новизна работы заключается в следующих основных результатах, выносимых на защиту:

1. Предложена методика определения физико–механических параметров полимера, входящих в нелинейное уравнение Максвелла–Гуревича, на основе кривых релаксации материала как функции от нескольких факторов.

2. Проведено численное моделирование напряжённого состояния модельного математического объекта по промежуточным значениям полученных физико–механических параметров, как функций нескольких переменных.

3. Проведён анализ влияния модифицированных упругих и реологических свойств полимера (введение добавок и воздействие ионизирующего излучения) на напряжённое состояние соответствующего элемента конструкции в осесимметричной постановке.

4. Разработана на основе МКЭ и получены матрица жёсткости и вектор сил для прямоугольного КЭ, учитывающие при помощи непосредственного интегрирования заданной функции формы как температурные составляющие, так и составляющие высокоэластических деформаций с соответствующим спектром времён релаксации.

5. Проведено исследование НДС полимерного тела с комплексным подходом по оптимизации математической модели (получение нового КЭ и вектора нагрузок, конечно–элементной сетки, переменного шага времени и т. д.).

6. Выполнен расчёт на длительную прочность при нормальном отрыве адгезионного соединения путём прямого моделирования двумерными КЭ вместо «классического» использования модели пограничного слоя.

7. Разработка на основе предложенных результатов алгоритма и его реализация в виде пакета прикладных программ для ЭВМ задачи определения НДС неоднородных тел с учётом действия механических нагрузок и физических полей.

Теоретическая значимость работы заключается в том, что

— Предложен комплексный подход по оптимизации математической модели определения НДС полимерных тел.

— Проведено исследование ползучести толстостенного цилиндрического полимерного тела с учётом влияния физических полей и наличия добавок на упругие и высокоэластические параметры материала и их спектров времён релаксации как функции нескольких переменных.

Практическое значение работы:

1. На основании проведённых исследований в программном комплексе MatLab представлен комплект модулей для определения НДС полимерных тел в осесимметричной постановке.

2. Получены матрица жёсткости и вектор нагрузок двумерного КЭ численно–аналитическим методом, включающие в себя температурные компоненты и компоненты, отвечающие за высокоэластические деформации.

3. Представлена методика определения физико–механических параметров полимера по одним только кривым релаксации, что позволяет получить необходимые упругие и реологические данные максимально быстро.

4. На основании решения модельных задач показано, что значительные отличия в поведении релаксационных свойств материала незначительно сказываются на изменении НДС идентичных полимерных тел.

5. Решена практически важная задача определения НДС в полимерном цилиндре при его выходе из экструдера. Решена задача определения

температурного поля с учетом охлаждения тела от контакта с окружающей средой, возникновением косвенной неоднородности материала и, как следствие, изменение НДС.

6. Решена практически важная задача определения длительной прочности адгезионного соединения при нормальном отрыве. Представлено существенное различие между результатами, полученными ранее другими авторами, и результатами, представленными в настоящей диссертационной работе.

7. Показано, что изменение температуры адгезионного соединения не существенно влияет на прочность этого соединения, а значительно сказывается на времени, когда достигаются максимальные напряжения и заканчивается процесс их релаксации.

Методология и методы исследования. Исследования проведены при помощи аналитических, численных и численно–аналитических методов. Непосредственная задача определения НДС полимерных тел производилось при помощи МКЭ с применением программного комплекса MatLab. Для оценки достоверности результатов также применялся метод конечных разностей (далее — МКР).

Положения, выносимые на защиту:

1. Методика комплексной оптимизации математических моделей полимерных тел (оптимизация шага времени, оптимизация соотношения размеров сторон КЭ и т. д.).

2. Модифицированная матрица жёсткости и вектор нагрузок прямоугольного КЭ с учётом температурных и реологических составляющих, полученные численно–аналитическим методом.

3. Результаты решения тестовых задач для различных полимеров, где оценивается эффективность проведённых оптимизационных процессов.

4. Результаты оценки длительной прочности адгезионного соединения на нормальный отрыв, полученные при помощи МКЭ.

5. Методика оценки длительной прочности адгезионного соединения при различных температурных режимах.

6. Результаты оценки напряжённого состояния цилиндрических объектов с учётом изменения физико–механических параметров полимера.

7. Результаты сопоставления НДС адгезива, полученные при помощи нелинейных и линеаризованных выражений.

Достоверность полученных результатов обеспечивается:

— проверкой выполнения всех граничных условий, дифференциальных и интегральных соотношений;

— сравнением полученных результатов с известными решениями других авторов;

— применением нескольких методов к решению одной задачи с последующим сопоставлением результатов.

Необходимо отметить, что предложенные методики расчёта полимерных тел справедливы и для иных материалов. В работе приводится задача определения

НДС бетонного тела под действием физических полей с учётом изменения его физико–механических параметров.

Апробация работы. Основные моменты работы отражены в печатных и электронных публикациях, материалах конференций (Новые полимерные композиционные материалы: материалы III, IV, V, VIII, XIII–XVI международных научно-практических конференций, КБГУ, Нальчик, Строительство—2007, 2009, 2011–2015, РГСУ, Ростов–на–Дону, Современные строительные материалы, технологии и конструкции: материалы Международной научно-практической конференции, посвященной 95-летию ФГБОУ ВПО ГГНТУ им. акад. М. Д. Миллионщикова), XIII Международной научной конференции по архитектуре и конструкциям (Сингапур, 2020 г.), а также в изданиях, входящих в базы SCOPUS или Web of Science.

Внедрение результатов работы. Имеются 5 свидетельств о регистрации программ ЭВМ.

Структура и объём работы. Работа состоит из введения, шести глав, основных выводов, библиографического списка и трёх приложений. Изложена на 289 страницах машинописного текста и содержит 124 рисунка и 24 таблицы.

Публикации. Основные положения диссертационной работы опубликованы в 80 печатных и электронных работах, из них в ведущих рецензируемых изданиях, входящих в перечень ВАК РФ — 39, в журналах, входящих в международные базы цитирования Scopus и Web of Science — 20, в других периодических изданиях — 14, в монографиях — 4, получено 5 свидетельств о регистрации программы для ЭВМ, приравняемые ВАК к публикациям в рецензируемых изданиях.

Основное содержание работы

В первой главе приводятся: обзор исследований механики полимеров; основные соотношения статики непрерывно неоднородных тел в соответствии с теорией упругости, пластичности и ползучести, а также уравнения, необходимые для перехода от эллиптических уравнений к вариационной постановке; аппроксимирующие выражения для линейного, треугольного и четырёхугольного КЭ, используемых далее для получения основных разрешающих уравнения МКР и системы уравнений МКЭ.

Вторая глава посвящена математическому моделированию определения физико–механических параметров (упругих и реологических) рассматриваемых полимеров.

В качестве уравнения связи «напряжения–деформации» принято обобщённое нелинейно уравнение Максвелла–Гуревича в следующей дифференциальной форме: $\partial \varepsilon_{cr,ik} / \partial t = f^* / \eta^*$, где $\varepsilon_{cr,ik}$ — деформация ползучести (высокоэластическая деформация); f^* — функция напряжений: $f^* = 3/2 \cdot (\sigma_{ik} - p\delta_{ik}) - E_\infty \varepsilon_{cr,ik}$, E_∞ — модуль высокоэластичности.

Релаксационная вязкость η^* определяется выражением

$$\eta^* = \eta_0^* \exp\left\{-1/m^* \cdot [\gamma^* p + |3/2 \cdot (\sigma_{rr} - p) - E_\infty \varepsilon_{cr,rr}|_{\max}]\right\},$$

где η_0^* — начальная релаксационная вязкость; m^* — модуль скорости; p — среднее напряжение: $p = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \sigma_{ii}$.

Для упрощения расчётов с учётом высокоэластических деформаций прибегают к упрощению, связанному с линеаризацией уравнений состояния. В этом случае $m^* \rightarrow \infty, \eta^* \rightarrow \eta_0^* \equiv \text{const}$. Указанное условие может быть использовано только к изотермическим процессам в случае постоянного температурного поля. В иных случаях, будучи η_0^* сильной экспоненциальной функцией от температуры, использование линеаризации неуместно, т. к. позволяет получить только очень грубые приближения.

Далее описываются процессы, протекающие при квазистатическом растяжении (сжатии) стержней, а также релаксации напряжений в стержнях, где рассматривается пример анализа и разбирается существующая методика определения упругих и реологических параметров для эпоксидной смолы ЭДТ-10.

В разделе 2.2 предложена альтернативная методика определения упругих и реологических параметров релаксации полимеров, как функции от нескольких переменных. В качестве практического примера приводится алгоритм определения физико-механических параметров вторичного поливинилхлорида (далее — ПВХ), подверженного постоянной по величине деформации $\varepsilon = 0.03$, по кривым релаксации при различных температурах от $+20$ до $+70^\circ\text{C}$. Получены следующие зависимости физико-механических параметров ПВХ от температуры: $E(T) = -0.2393T^2 + 8.3357T + 1402.6$ [МПа]; $E_\infty(T) = -0.0575T^3 + 11.095T^2 - 732T + 16618$ [МПа]; $\eta_0^*(T) = 44.78 \cdot 10^5 \cdot e^{-0.075T}$ [МПа · мин]; $m^*(T) = -0.0794T + 15.134$ [МПа]. Приведённое выражение аппроксимирует зависимости физико-механических параметров от температуры с достоверностями: $E(T) — R^2 = 0.967$; $E_\infty(T) — R^2 = 0.9986$; $\eta_0^*(T) — R^2 = 0.989$. Достоверность полученных коэффициентов подтверждается результатами решения задачи расчёта релаксации напряжений с течением времени в стержне на основе полученных зависимостей. Сопоставление экспериментальных кривых с результатами теоретического решения задачи релаксации напряжений представлено в диссертации. Анализ построенных графиков показывает хорошее совпадение экспериментальных данных с результатами решения задачи, наблюдаемое при температурах $T = 20, 30$ и 60°C ; при остальных температурных режимах совпадение удовлетворительное.

Также в главе приводится методика расчёта задач в двумерной постановке с учётом ползучести материала. Все рассмотренные в диссертации задачи, в которых расчёт производится с учётом высокоэластических деформаций, решаются численно одним из двух методов: МКР или МКЭ. Представленный далее алгоритм расчёта справедлив для обоих методов.

Отметим, рассматриваемые задачи являются несвязными, т. е. на первом этапе определяется температурное поле в полимерном теле, на втором этапе производится определение упругих и реологических параметров полимера в каждой точке (в случае МКР) и каждом КЭ (в случае МКЭ) в зависимости от температуры. На третьем этапе происходит определение НДС в полимерном изделии.

В подразделе 2.2.3 диссертационной работы приводится анализ соответствия данных по полимерам в различных источниках. Показано, что данные по физико–механическим параметрам для одного и того же полимера у разных авторов могут отличаться весьма существенно.

В подразделе 2.2.4 рассматриваются лабораторные испытания по определению физико–механических параметров полимера. Стандартные лопатки, изготовленные из эпоксидной связующего ЭДТ–10 были испытаны в универсальной испытательной машине WP–300 с компьютерной системой сбора и обработки данных GUNT. Все испытания проводились при температуре 20 °С. Рабочая часть образца имела следующие габаритные размеры 50 × 10 × 4 мм. Испытания проводились при пяти режимах нагружения, в каждом по 3 испытания. По результатам которых были построены графики релаксации напряжений в изделии. Общее время испытаний составило 2.75 ч, однако временной интервал между последними двумя снятиями показателей составил 2.5 ч.

На основе полученных опытных данных и методики определения физико–механических параметров были определены упругие и высокоэластические параметры ЭДТ–10 для каждого из режимов (табл. 1).

Табл. 1. Физико–механические параметры ЭДТ–10, определённые в результате лабораторных испытаний; ε_0 — деформация образца при каждом режиме испытания

$\varepsilon_0, \%$	$E, \text{МПа}$	$E_\infty, \text{МПа}$	m^*	η_0^*
3.5	2 114.30	3 473.50	17.71	3 638.90
2.7	2 407.40	4 870.80	16.05	6 167.10
1.9	2 842.10	8 526.30	17.36	7 814.30
1.2	3 083.30	13 214.00	14.80	6 396.50
0.8	3 102.50	20 407.00	7.71	42 075.00

На основе полученных данных построены теоретические кривые. Результаты наложения опытных и теоретических кривых говорят о достоверности методики определения параметров полимеров. Анализ данных показывает, что наилучшее соответствие дают данные, определённые при минимальной начальной деформации образцов, соответствующей значению $\varepsilon_0 = 0.8\%$. Больше начальное удлинение приводит к появлению в изделии дополнительных составляющих деформаций ползучести.

В разделе 2.2.5 приводится определение физико-механических свойств полимера как функции нескольких переменных. Проведён анализ ряда графиков релаксации напряжений ЭДТ–10, представленные в работе профессора А. Л. Рабиновича.

Аппроксимация полученных ранее автором физико–механических параметров ЭДТ–10 проведена при помощи полинома, имеющего 4-й порядок относительно полной начальной деформации ε и 3-й порядок относительно температуры T :

$$f(\varepsilon, T) = p_{00} + p_{10} \cdot \varepsilon + p_{01} \cdot T + p_{20} \cdot \varepsilon^2 + p_{11} \cdot \varepsilon \cdot T + \\ + p_{02} \cdot T^2 + p_{30} \cdot \varepsilon^3 + p_{21} \cdot \varepsilon^2 \cdot T + p_{12} \cdot \varepsilon \cdot T^2 + p_{03} \cdot T^3 + \\ + p_{40} \cdot \varepsilon^4 + p_{31} \cdot \varepsilon^3 \cdot T + p_{22} \cdot \varepsilon^2 \cdot T^2 + p_{13} \cdot \varepsilon \cdot T^3. \quad (1)$$

Значения физико–механических параметров ЭДТ–10 согласно выражению (1): модуля упругости $E(\varepsilon, T)$, модуля высокоэластичности $E_\infty(\varepsilon, T)$, модуля скорости $m^*(\varepsilon, T)$ и коэффициента начальной релаксационной вязкости $\eta_0^*(\varepsilon, T)$ — приведены в диссертационной работе и графически представлены на рис. 1.

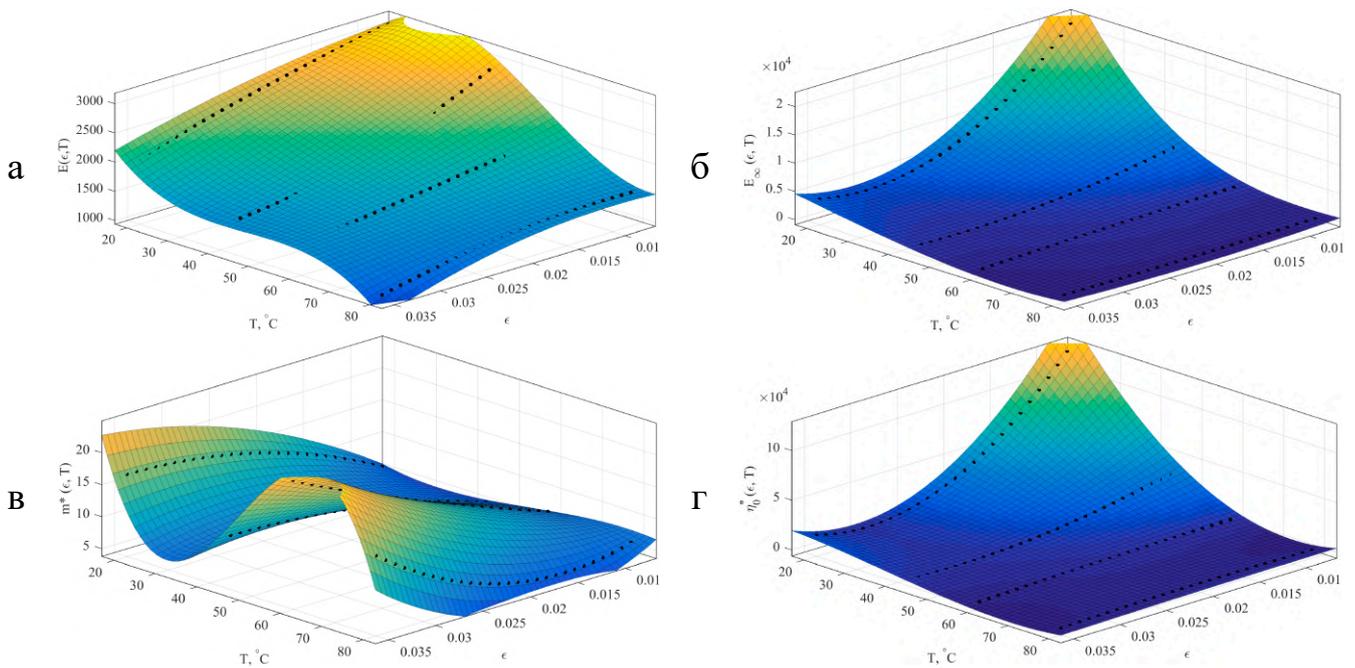


Рис. 1. Аппроксимация физико–механических параметров ЭДТ–10 от начальной деформации ε_0 и температуры $T, ^\circ\text{C}$ полинома (1): а — модуля упругости $E(\varepsilon, T)$; б — модуля высокоэластичности $E_\infty(\varepsilon, T)$; в — модуля скорости $m^*(\varepsilon, T)$; г — коэффициента начальной релаксационной вязкости $\eta_0^*(\varepsilon, T)$

В практических расчётах более удобно использовать функциональную зависимость только от одного переменного. Поэтому полином (1) удобно записать как функцию от постоянной деформации $\varepsilon = 0.008$ и от температуры $T, ^\circ\text{C}$: $E(T) = 0.0218 \cdot T^3 - 3.5828 \cdot T^2 + 148.3368 \cdot T + 1383.8$, МПа; $E_\infty(T) = -0.0774 \cdot T^3 + 19.9614 \cdot T^2 - 1695.6 \cdot T + 47974$, МПа; $m^*(T) = -1.0554 \cdot 10^{-4} \cdot T^3 + 0.0159 \cdot T^2 - 0.6948 \cdot T + 14.0648$, МПа; $\eta_0^*(T) = -0.0144 \cdot T^3 + 47.6960 \cdot T^2 - 6674.8 \cdot T + 237480$, МПа·ч.

Третья глава посвящена неоднородным одномерным плоским задачам термовязкоупругости для полимерных тел в осесимметричной постановке (рис. 2, а). Решение искомой функции (рис. 2, б) может быть получено аналитически (рис. 2, в) или численно: МКР (рис. 2, г) или МКЭ (рис. 2, д). Рассматривается цилиндр (см. рис. 2, а), внутренний радиус которого R_a ,

внешний — R_b . Все исследования в диссертационной работе выполняются для толстостенных цилиндрических тел, т. е. толщина стенки которых больше одной десятой среднего радиуса цилиндра: $(R_b - R_a) / (R_b + R_a) > 1/10$.

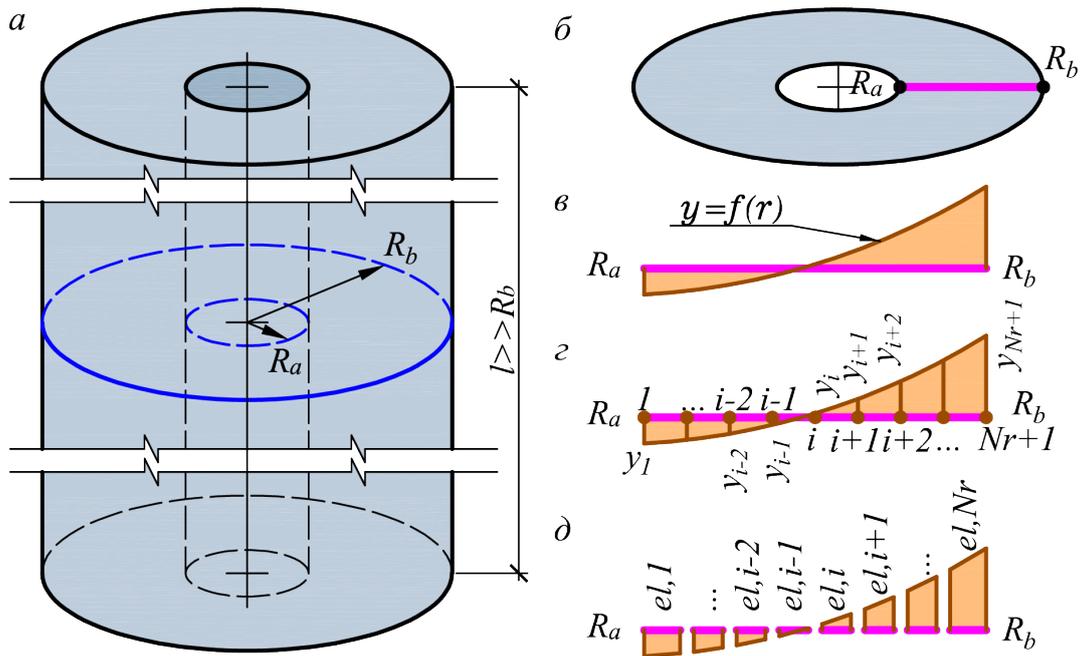


Рис. 2. Исходная схема осесимметричной задачи: *a* — исходный цилиндр; *б* — рассматриваемый участок цилиндра; *в* — непрерывная функция $y = f(x)$; *г* — аппроксимация функции конечными разностями; *д* — аппроксимация функции конечными элементами

В случае плоского деформированного состояния (далее — ПДС) длина цилиндра l значительно преобладает над внешним радиусом R_b : $l \gg R_b$; в случае плоского напряжённого состояния (далее — ПНС) толщина цилиндра мала: $l \rightarrow 0$.

По сколько физико–механические параметры полимеров сильно зависят от температуры материала, становится важно точное определение температурного поля изделия. В диссертации приводится решение ряда задач в одномерной постановке, решение которых приводится тремя методами: определение точного аналитического решения, при помощи МКР и МКЭ. Рассматриваются задачи определения как стационарного во времени температурного поля, так и переменного. Приводится анализ сходимости полученных результатов. Показано, что в случае решения нестационарной задачи с помощью МКЭ можно выделить два подхода. В первом производят аппроксимацию производной температуры по времени до составления выражения функционала и выделяют неизвестную (в текущем моменте времени) и известную части (в предыдущем моменте времени). Во втором — производную температуры по времени представляют в качестве функции, а аппроксимацию по времени производят после составления выражения функционала. Анализ полученных данных показывает, что верной является методика, при которой производная температуры по времени аппроксимируется до составления функционала.

Основным классом задач, рассматриваемым в диссертационной работе, являются задачи в двухмерной постановке. Достоверность решений двухмерных

задач можно проверить сравнением результатов с одномерными задачами, для чего длину цилиндра принимают во много раз больше его внешнего диаметра, получая плоское деформированное состояние, или гораздо меньше его внешнего диаметра, получая плоское напряжённое состояние.

Следующим этапом в диссертационной работе явилось исследование НДС цилиндрического тела в осесимметричной постановке под действием внутреннего и внешнего давления, наличием нестационарного температурного поля и изменением физико–механических параметров полимера от температуры. Решение задач проводится при помощи МКЭ и МКР и подробно отражено в диссертационной работе.

Рассматривается определение НДС цилиндрического тела из эпоксидного связующего ЭДТ–10. Геометрические параметры и граничные условия: $r_a = 8$ мм; $r_b = 28$ мм; $P_a = 0$ МПа; $P_b = 0$ МПа; начальная температура на внутренней поверхности цилиндра ($r = r_a$) 28°C ; конечная температура на внутренней поверхности цилиндра ($r = r_b$) 100°C ; время роста температуры на внутренней поверхности цилиндра от своего начального значения до конечного 1.2 ч. Результаты расчёта поставленной задачи приводятся в диссертационной работе.

Неоднородность в температурном поле рассматриваемой задачи приводит к существенному изменению физико–механических параметров полимера в толще тела. Таким образом, происходит решение задачи с наведённой, т. е. косвенной неоднородностью.

Деформации ползучести полимеров по своему уровню сопоставимы с упругими составляющими. Поскольку исследуется НДС, то полная осевая деформация ε_z вдоль оси z должна равняться нулю; в результате решения получены отклонения от нуля и имеют порядок 10^{-18} . Подобная ситуация наблюдается и при анализе полученных результатов полной объёмной деформации ползучести, которая также должна быть равна нулю: $\theta_{cr} = \varepsilon_{cr,r} + \varepsilon_{cr,\theta} + \varepsilon_{cr,z} = 0$.

Сравнение результатов решения задачи, полученных различными численными методами (МКР и МКЭ) полностью совпадает, что говорит о достоверности применённой методики.

Раздел 3.4 посвящён оптимизации плоских задач термовязкоупругости. Одним из критериев оптимизации является временная сетка. В связи с тем, что расчёт полимерных изделий проводится пошагово, при этом количество шагов во времени может измеряться сотнями и тысячами, необходимо оптимизировать методику расчёта.

Первоначально рассматривается вопрос оптимизации пошагового метода Эйлера во времени. Точность зависит от размера выбранного шага по времени: увеличение шага приводит к уменьшению точности вычислений и наоборот. Если используется постоянное количество интервалов при аппроксимации времени, то точность падает с увеличением интервала времени, на котором производится весь расчёт. Частично решить данную проблему можно, увеличив количество аппроксимирующих интервалов по времени, однако, это порождает две другие проблемы:

— рост времени, требуемого на решение поставленной задачи в связи с увеличением количества шагов по времени;

— накопление ошибки на каждом временном интервале в связи с ограничениями, накладываемыми разрядностью используемой электронно-вычислительной машины.

Основной рост деформаций ползучести происходит в самом начале, поэтому выходом из сложившейся ситуации может являться использование переменных аппроксимирующих временных интервалов, более коротких в самом начале расчёта и увеличивающихся к концу (рис. 3). Для этого можно принять распределение аппроксимирующих интервалов по времени в соответствии с логарифмическим законом и основанным на геометрической прогрессии.

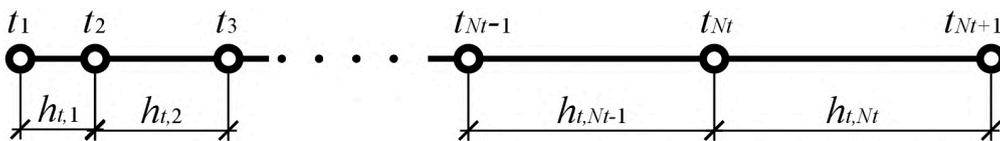


Рис. 3. Аппроксимация пошагового метода при переменных интервалах по времени: t — время на текущем шаге; Δt_i — длина i -го временного интервала; N_t — количество аппроксимирующих интервалов по времени

Распределение по логарифмическому закону можно производить выражением: $t(i) = \exp \{ \log(t_{N_t+1}) / [N_t(i-1)] \} - 1, i = 1 \dots N_t + 1$.

В диссертации показано, что логарифмическое распределение не всегда соответствует выбранному критерию оптимизации.

Альтернативой логарифмического распределения является распределение по закону геометрической прогрессии. В этом случае необходимо задать общее количество интервалов во времени N_t и отношение величины последнего интервала h_{t,N_t} к величине $h_{t,1}$ первого интервала: $k = h_{t,N_t} / h_{t,1}$.

Следующим оптимизационным параметром является определение центральной точки КЭ. В выражениях матриц жёсткости, а также вектора нагрузок входит параметр r (рис. 4), т. е. координата некоторой точки, находящейся внутри КЭ. Обычно параметр r принимают усреднённо, т. е. $r = (R_i + R_j) / 2$.

В случае задач в осесимметричной постановке, предложено такое положение точки r , при котором внутренний объём КЭ (основание $r - R_i$) был равен внешнему объёму КЭ (основание $R_j - r$):

$$r = \sqrt{(R_j^2 + R_i^2) / 2}.$$

Показано влияние предложенных оптимизационных подходов на точность полученных результатов. Показано увеличение точности при меньших количествах узлов или временных интервалов.

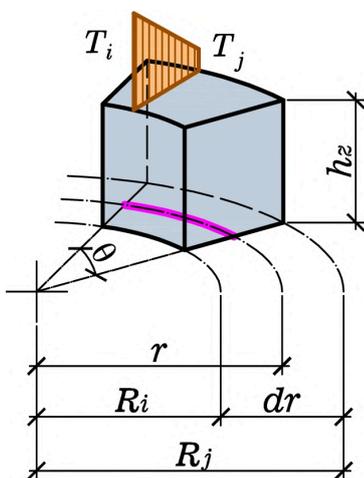


Рис. 4. Конечный элемент в осесимметричной постановке

Четвёртая глава посвящена моделированию НДС изделий под воздействием физических полей и наличии добавок.

В разделе 4.1 исследуется изменение упругих и реологических параметров полимеров, на примере ПЭВП, под действием гамма-излучения и наличия добавок. На примере результатов экспериментальных данных работы зарубежного автора О. Алотман определены упругие и реологические параметров ПЭВП с учётом добавок из ПЭВП и облучением материала до 70 (сила облучения увеличивалась на 5 каждый час).

Экспериментальные изыскания на релаксацию напряжений чистого ПЭВП и его нанокомпозитных образцов проводили при температуре $T = 25^\circ\text{C}$ и постоянной деформации стержня $\varepsilon = 3\%$, при этом наблюдалось снижение уровня напряжения в течение 3 часов. Результаты определения экспериментальных данных релаксации напряжений облучённого и необлучённого ПЭВП и его нанокомпозитов, содержащих 30% ГА приведены в диссертационной работе.

Анализируя полученных кривых показал, что релаксация нанокомпозитов с ГА и облученных образцов оказывается более выраженной, чем образцы из чистого ПЭВП. Уровень начального напряжения и напряжения в конце процесса релаксации имеют более высокие значения по сравнению с необлучёнными образцами. Рост напряжения в начальный момент времени ($t = 0$) объясняется присутствием наночастиц ГА в полимерной матрице ПЭВП и, как следствие, изменением жёсткости. На основе анализа экспериментальных данных установили, что релаксация напряжения ПЭВП с добавками ГА и облучением через 3 часа проведения испытания составила 37% от его значения в начальный момент времени, при этом снижение напряжения для ПЭВП без добавок и облучения уменьшилось всего на 24% от начального значения. Нанокомпозит ПЭВП с ГА способен больше понижать напряжения в протезах со временем, что положительно сказывается их работе совместно с организмом.

Следующим шагом стало определение упругих и реологических постоянных ПЭВП. Результаты определения упругих и реологических параметров уравнения состояния показаны в табл. 2.

Табл. 2. Упругие и релаксационные параметры ПЭВП

ПЭВП	E , МПа	E_∞ , МПа	m^* , МПа	η_0^* , МПа·ч
0% ГА, 0 кГр	693.9890	228.8515	5.5445	1113.0
0% ГА, 70 кГр	897.5469	388.1827	6.4429	1734.4
30% ГА, 0 кГр	1069.3	556.7567	8.0948	1832.5
30% ГА, 70 кГр	1178.4	684.5894	10.1390	1768.4

Для определения переменных при промежуточных значения доли ГА и уровня облучения, производится интерполяция при помощи полинома: $f(x, y) = a + b \cdot x + c \cdot y + d \cdot x \cdot y$.

Графическое представление зависимости физико–механических параметров от доли ГА и уровня облучения Φ отражено на рис. 5. Физико–механические

параметры ПЭВП в этом случае описываются выражениями:

$$\begin{aligned}
 E(\Gamma A, \Phi) &= 694 + 1251 \cdot \Gamma A + 2.908 \cdot \Phi - 4.498 \cdot \Gamma A \cdot \Phi \text{ [МПа]}, \\
 E_{\infty}(\Gamma A, \Phi) &= 228.9 + 1093 \cdot \Gamma A + 2.276 \cdot \Phi - 1.5 \cdot \Gamma A \cdot \Phi \text{ [МПа]}, \\
 m^*(\Gamma A, \Phi) &= 5.545 + 8.501 \cdot \Gamma A + 0.01283 \cdot \Phi + 0.05456 \cdot \Gamma A \cdot \Phi \text{ [МПа]}, \\
 \eta_0^*(\Gamma A, \Phi) &= 1113 + 2398 \cdot \Gamma A + 8.877 \cdot \Phi - 32.64 \cdot \Gamma A \cdot \Phi \text{ [МПа} \cdot \text{ч]}.
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

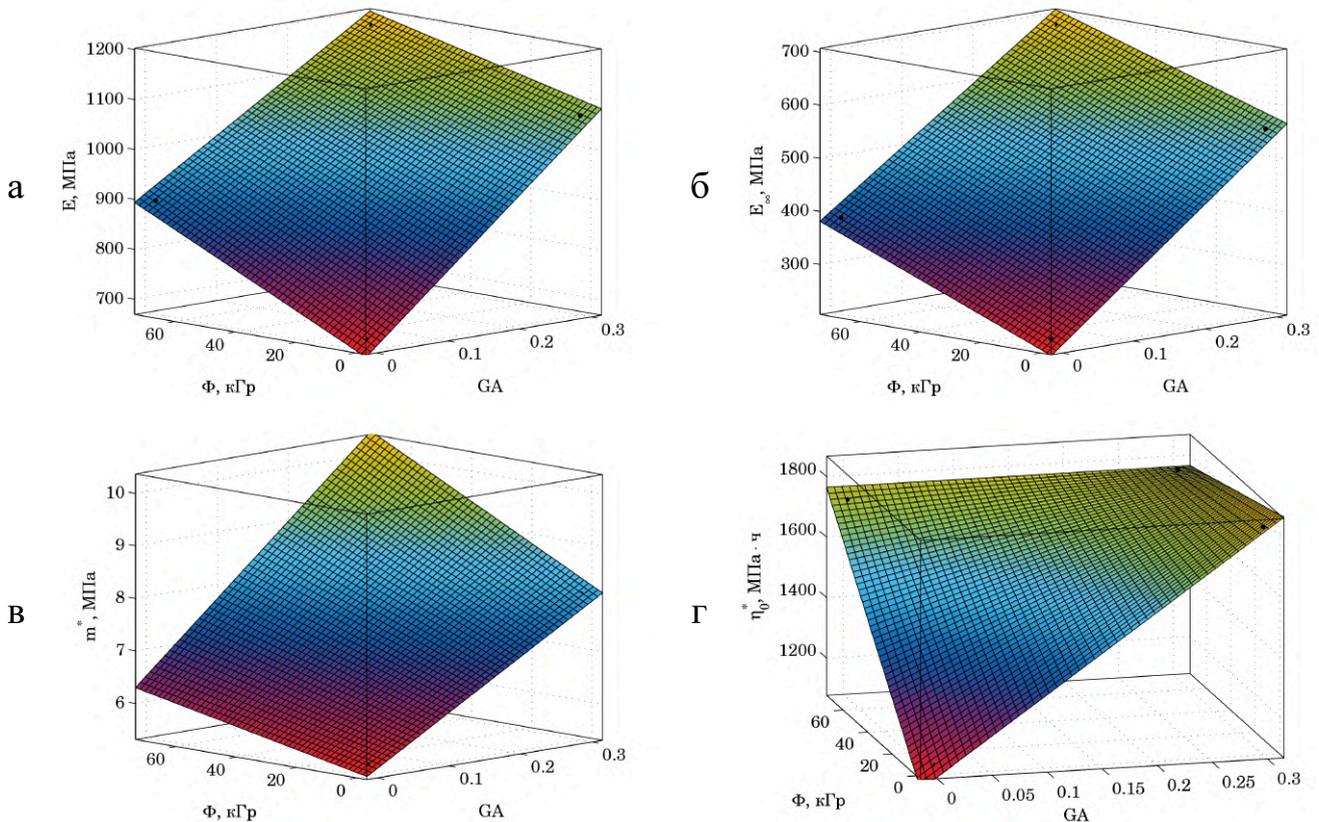


Рис. 5. Зависимость для ПЭВП от доли ГА (GA) и уровня облучения Φ : а — модуля упругости $E(\Gamma A, \Phi)$ ПЭВП в зависимости; б — модуля высокоэластичности $E_{\infty}(\Gamma A, \Phi)$; в — модуля скорости $m^*(\Gamma A, \Phi)$; г — коэффициента начальной релаксационной вязкости $\eta_0^*(\Gamma A, \Phi)$

Анализ выражения (2), а также графиков на рис. 5, показал, что с ростом доли ГА и уровня излучения все упругие и реологические параметры увеличиваются. Некоторое исключение составляет коэффициент начальной релаксационной вязкости η_0^* , который при одновременном введении ГА и облучением материала имеет величину примерно такую же, как только при введении ГА, или только при облучении ПЭВП.

Для оценки достоверности полученных уравнений (2), на рис. 6 приводится сопоставление опытных графиков (пунктирные линии) релаксации напряжений с теоретическими (сплошные линии) на основании выражений (2). Совпадение опытных и кривых линий очень хорошее, а небольшие расхождения объясняются неточностью обработки данных, полученных из анализа рисунков кривых релаксации напряжений.

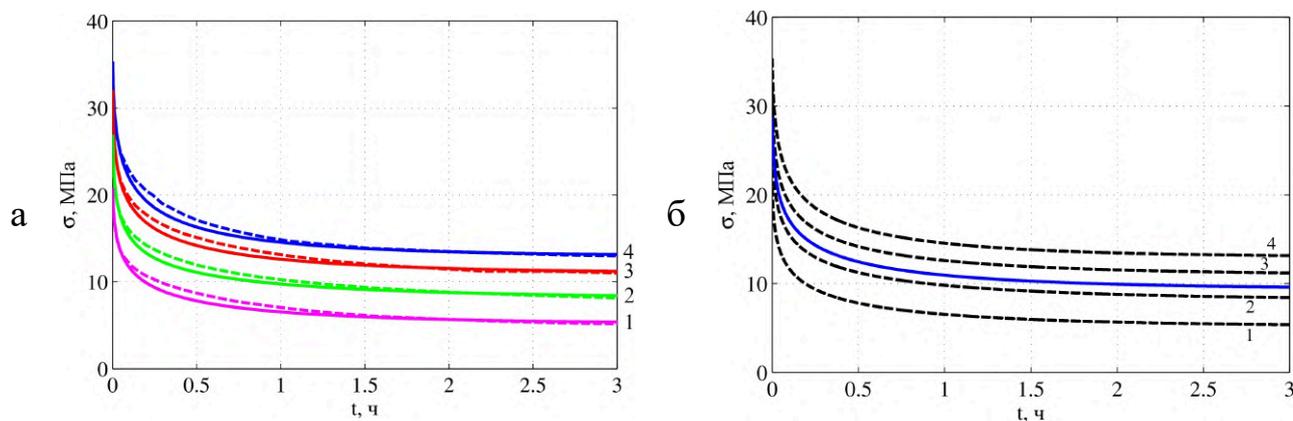


Рис. 6. Результаты сопоставления (а) экспериментальных кривых (пунктирная линия) с теоретическими (сплошная линия, на основании определённых упругих и реологических параметров) и (б) расчёт с промежуточными значениями ГА и уровня облучения: 1 — чистый ПЭВП, без облучения; 2 — чистый ПЭВП, облучение 70 кГр; 3 — ПЭВП + 30 % ГА, без облучения; 4 — ПЭВП + 30 % ГА, облучение 70 кГр; сплошная линия — ГА = 15%; $\Phi = 35$ кГр

Результат расчёта релаксации напряжений облучённого полиэтилена приведен на рис. 6, б. Анализ кривых показывает, что по сравнению с полиэтиленом без добавок, но подвергнувшегося облучению, полимер с половинной дозой добавок и половинной дозой облучения показывает лучшие свойства, но хуже по сравнению с необлучённым полимером, но с полной порцией добавки ГА.

Представляется возможность прогнозирования свойств полимерных материалов при промежуточных значениях параметров, что ведёт к значительной экономии материальных ресурсов и человеко-часов на проведение эксперимента и его последующего анализа.

В разделе 4.2 рассматривается управление свойствами полимерных изделий путём создания искусственной неоднородности

Для максимального использования прочностного ресурса материала необходимо, чтобы предельное состояние наступало одновременно во всех точках. Такие конструкции называются *равнопрочными*. Если в точках с большими напряжениями снизить модуль упругости, то напряжения в них снизятся, и наоборот. Таким образом, при изменении модуля упругости материала в толще конструкции по определенному закону, можно добиться, чтобы эквивалентное напряжение по какой-либо теории прочности было постоянно. В этом случае конструкция будет *равнонапряжённой*. Равнонапряжённая конструкция может быть равнопрочной, если при изменении модуля упругости материала его прочность не меняется.

Далее в работе рассматривается вопрос о поведении равнонапряжённого цилиндра в процессе ползучести. В однородном цилиндре при действии только статической нагрузки в процессе ползучести напряжения σ_θ сначала релаксируют, а потом происходит возврат к упругому решению. Для получения

решения в конце процесса ползучести при использовании одночленного варианта уравнения Максвелла–Гуревича достаточно заменить в упругом решении мгновенные постоянные E и ν на длительные \tilde{E} и $\tilde{\nu}$, определяемые по формулам: $\tilde{E} = E \cdot E_{\infty} / (E + E_{\infty})$; $\tilde{\nu} = \nu [1 + E / (2\nu E_{\infty})] / (1 + E / E_{\infty})$.

Поскольку в решении Ламе распределение напряжений не зависит от упругих постоянных, то в конце процесса ползучести оно будет таким же, как и в начале.

Задача оптимизации сформулирована следующим образом: требуется найти такое распределение содержания наполнителя в изделии, чтобы оно стало равнонапряжённым в конце процесса ползучести. Алгоритм оптимизации похож на изложенный выше, но имеются отличия. Вместо величин E и ν следует оперировать длительными постоянными \tilde{E} и $\tilde{\nu}$. На первом этапе рассчитывается однородная конструкция при $\tilde{E} = \text{const}$, $\tilde{\nu} = \text{const}$. На последующих шагах длительный модуль \tilde{E} корректируется. По полученным значениям \tilde{E} определяется требуемое содержание гидроксиапатита: $\tilde{E} = E \cdot E_{\infty} / (E + E_{\infty}) = (694 + 1251 \cdot \text{ГА}) \cdot (228.9 + 1093 \cdot \text{ГА}) / (922.9 + 2344 \cdot \text{ГА})$.

При известном значении \tilde{E} данное равенство представляет квадратное уравнение относительно величины ГА, из которого нетрудно найти содержание гидроксиапатита.

На втором и последующих шагах оптимизации переменным по радиусу оказывается не только длительный модуль упругости, но и длительный коэффициент Пуассона.

Для расчета НДС неоднородного изделия возможно использование МКЭ.

На рис. 7, а представлен график изменения содержания гидроксиапатита по радиусу для равнонапряженного по 1-й теории прочности ($|\sigma_{1,3}| \leq \sigma_{\text{прочн}}$) в конце процесса ползучести изделия.

Распределение напряжений σ_{θ} по радиусу в начале и в конце процесса ползучести показано на рис. 7, б. На рис. 7, в показано изменение во времени окружных напряжений у внутренней и внешней поверхности. Из указанных графиков видно, что в начальный момент времени напряжения у внутренней поверхности выше, чем у внешней, а в процессе ползучести при $r = a$ напряжения убывают, при $r = b$ — возрастают, и наступает равнонапряжённое состояние ($t > 20$ ч).

На рис. 7, г представлены графики изменения содержания гидроксиапатита для равнонапряжённых в конце процесса ползучести цилиндров при использовании второй, третьей и четвертой теории прочности.

Из данного графика видно, что равнонапряжённые в конце процесса ползучести полимерные изделия по всем теориям прочности можно создать практически не превышая 30 % содержание гидроксиапатита. По 3-й и 4-й теории результаты отличаются незначительно, это можно объяснить тем, что длительный коэффициент Пуассона близок к 0.5, а при $\nu = 0.5$ указанные теории в случае НДС дают одинаковый результат.

Предложенные модели равнонапряжённых конструкций вообще говоря не являются равнопрочными, поскольку при введении добавок прочность

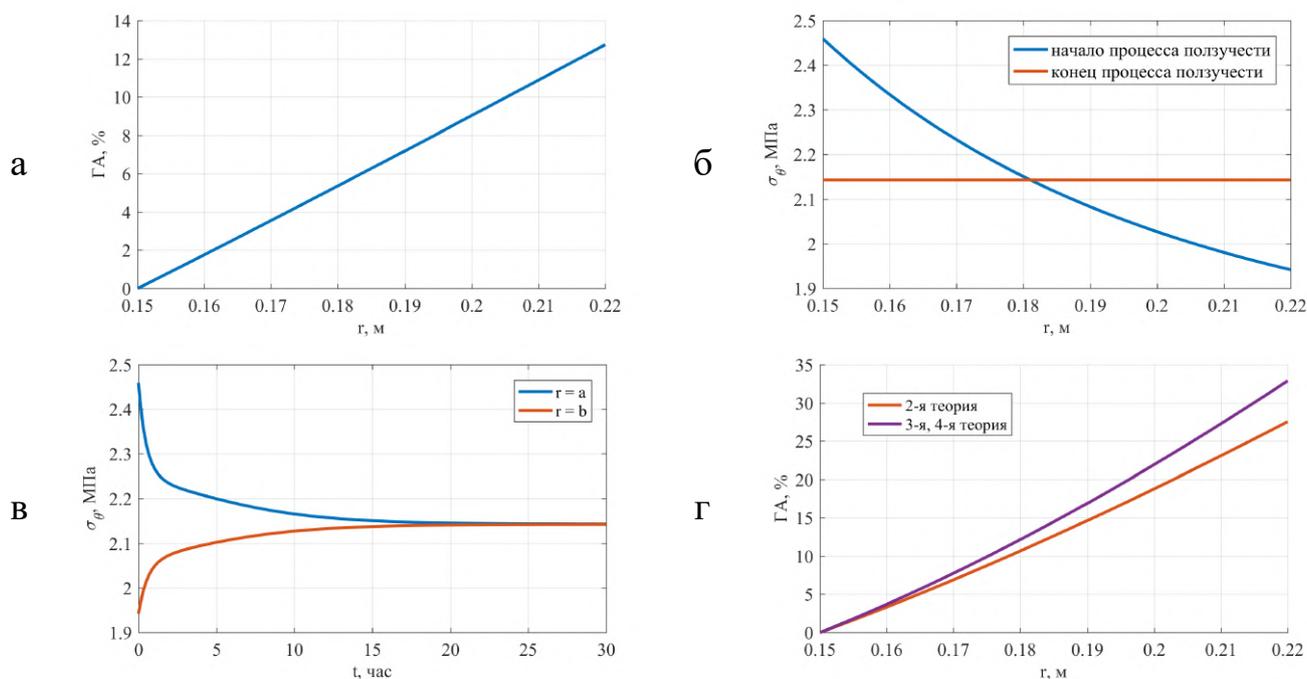


Рис. 7. Оптимизация толстостенных цилиндров путем искусственного создания неоднородности: а — изменение содержания гидроксиапатита по радиусу для равнонапряжённого в конце процесса ползучести по первой теории цилиндра; б — распределение напряжений σ_{θ} по радиусу для равнонапряжённого в конце процесса ползучести по первой теории цилиндра; в — изменение во времени напряжений σ_{θ} для равнонапряжённого в конце процесса ползучести по первой теории цилиндра; г — содержание гидроксиапатита в зависимости от радиуса для равнонапряжённых в конце процесса ползучести по различным теориям прочности цилиндров

получаемого композита меняется. Однако, разработанный алгоритм после небольшой доработки позволяет моделировать и равнопрочные конструкции, но для этого необходимо знать, как зависит прочность от содержания наполнителя; подобная задача в рамках настоящей работы не ставилась.

В разделе 4.3. приводится практическая задача оценки влияния на НДС полимерного образца различных сочетаний добавок и ионизирующего излучения. Рассматривается задача расчёта цилиндрического тела, претерпевающего сжатие (постановка задачи и расчётная схема приводятся на рис. 8).

Высота тела $h = 1 \text{ см} = 0.010 \text{ м}$. Вследствие того, что тело симметрично относительно горизонтальной оси, достаточно рассмотрения только половины, в результате чего исходные данные принимают следующий вид: давление на внутренней грани цилиндра $P_A = 0 \text{ МПа}$; давление на внешней грани цилиндра $P_B = 0 \text{ МПа}$; давление на верхнем торце цилиндра $P_U = -10 \text{ МПа}$ (минус — сжатие); внутренний радиус $R_a = 0.010 \text{ м}$; внешний радиус $R_b = 0.050 \text{ м}$; координата нижней точки $Z_{\min} = 0 \text{ м}$; координата верхней точки $Z_{\max} = h/2 = 0.005 \text{ м}$; число интервалов разбиения по времени 20 шт; предел времени, до которого происходит расчёт 10 ч. Графики распределения максимальных и минимальных значений радиальных, окружных, осевых и

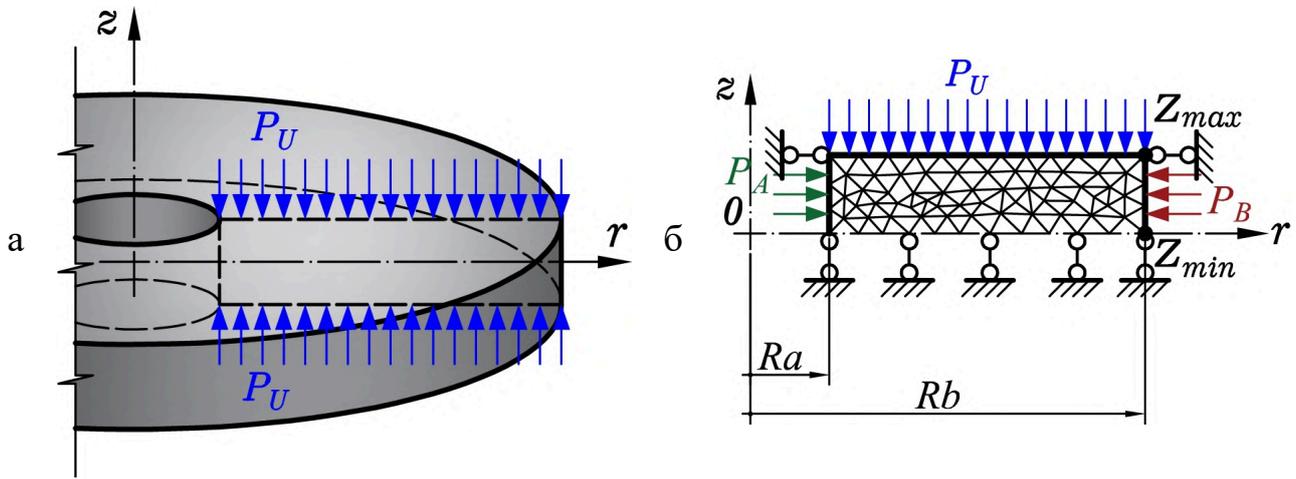


Рис. 8. Цилиндрическое сжимаемое тело конечной длины: а — постановка задачи; б — расчётная схема

касательных напряжений во времени приведены в диссертации, а на рис. 9 показано изменение во времени наименьших главных (сжимающих) напряжений σ_3 в теле с течением времени.

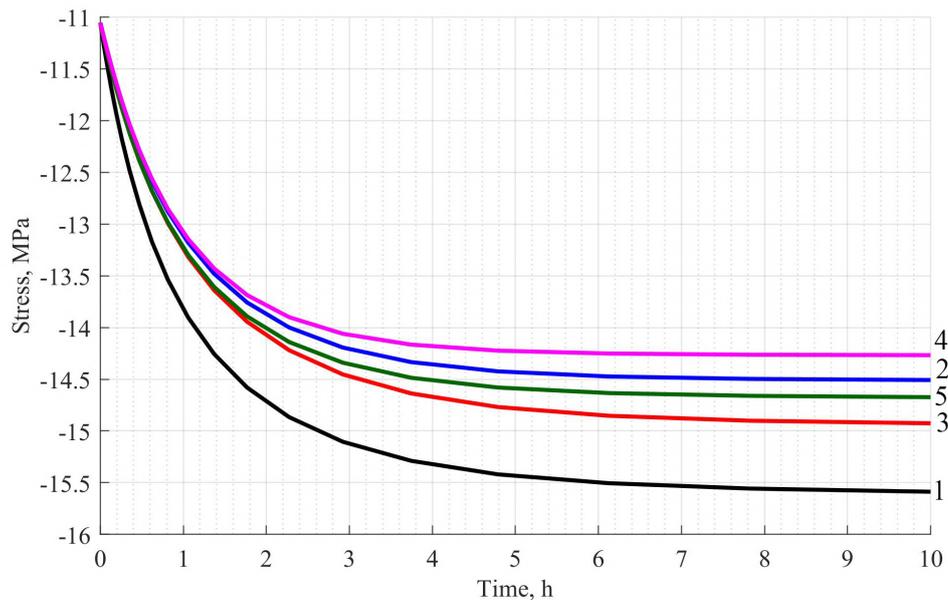


Рис. 9. Изменение во времени наименьших главных (сжимающих) напряжений σ_3 в теле с течением времени: 1 — ГА = 0%, $\Phi = 0$ кГр; 2 — ГА = 30%, $\Phi = 0$ кГр; 3 — ГА = 0%, $\Phi = 70$ кГр; 4 — ГА = 30%, $\Phi = 70$ кГр; 5 — ГА = 15%, $\Phi = 35$ кГр

При анализе изменения напряжений σ_r , σ_θ , σ_z и τ_{rz} в конце расчётного периода по сравнению с начальным видно, что их максимальный и минимальный уровень увеличивается в 2–2.5 раз.

Проведён анализ изменения главных напряжений максимального σ_1 и минимального σ_3 . Были построены графики изменения максимальных и минимальных (рис. 9) значений напряжений во времени. Видно изменение уровня напряжений с течением времени в 2–2.5 раз. Исключение составляют

главные напряжения, которые имеют значительные величины в начальный момент времени и увеличиваются не более, чем в 1.5 раза к концу расчётного периода.

Отличие между базовыми напряжениями (радиальным, окружным, осевым и касательным) от главных заключается и в разнице проявления реологических процессов. Так, при отсутствии добавок и наличии ионизирующего излучения, базовые напряжения стабилизировались через 7 часов с момента приложения нагрузки, а если проводить анализ изменения главных напряжений, они не стабилизировались и к 10 часам, т. е. к концу расчётного периода.

В случае наличия максимальных добавок ГА в полимере и облучением его ионизирующим излучением, уровень и базовых, и главных напряжений уменьшается на $\approx 10\%$, по сравнению с гомогенным образцом полимера. Кроме того, стабилизация базовых напряжений наблюдается через примерно 4 часа от начала расчёта, главных — через 6 часов. Образец, в который был добавлен ГА и облучённый в половинной дозе, показывал примерно средние свойства между гомогенным образцом и гетерогенным.

Раздел 4.4 посвящён построению модели равнопрочного толстостенного цилиндра при силовых и температурных воздействиях.

Толстостенные цилиндры в настоящее время находят очень широкое применение в конструкциях радиационных и тепловых экранов ядерных реакторов, биологических защит и т. д. В случае если конструкция выполнена из однородного материала, распределение напряжений в ней, как правило, носит неравномерный характер. Исчерпание несущей способности возможно лишь в какой-то точке или в небольшой области. Таким образом, материал в однородных конструкциях часто используется нерационально.

Для многих материалов, в том числе бетонов и полимербетонов, с изменением модуля упругости меняется и прочность, т. е. $R = f(E)$. Таким образом, равнонапряжённая конструкция не будет равнопрочной. Далее приводится задача построения равнопрочного цилиндра с учетом неравномерного распределения температуры в толще. Решение задачи выполняется численно при помощи МКР.

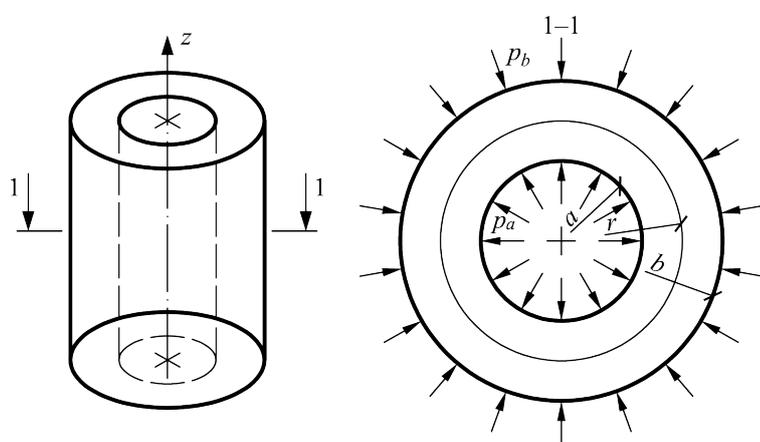


Рис. 10. Расчетная схема цилиндра

Рассматривается толстостенный цилиндр, нагруженный внешним давлением p_b и внутренним давлением p_a (рис. 10). Температурное поле считаем стационарным. Температура на внутренней поверхности — T_a , на внешней — $T_b = 0^\circ\text{C}$. Распределение температуры при таких граничных условиях определяется выражением: $T = T_a [\ln(b/r) / \ln(b/a)]$.

Изделие находится в условиях ПДС. Основное разрешающее уравнение для неоднородного цилиндра в напряжениях примет вид: $\sigma_r'' + \left(\frac{3}{r} - \frac{E'}{E}\right) \cdot \sigma_r' - \frac{1-2\nu}{1-\nu} \cdot \frac{E'}{rE} \sigma_r = -\frac{E\alpha_T T'}{r(1-\nu)}$. Штрихом в уравнении обозначена производная по r . Граничные условия записываются в виде: $\sigma_r(a) = -p_a$; $\sigma_r(b) = -p_b$. Решать данное уравнение удобно методом конечных разностей.

Алгоритм оптимизации толстостенных конструкций приведён в диссертации.

Задача оптимизации была решена при следующих исходных данных: $p_a = 0$; $p_b = 100$ МПа; $a = 2$ м; $b = 2.5$ м; $\alpha_T = 10^{-5}$ 1/°С; $\nu = 0.2$; $T_a = 100$ °С. В качестве материала был взят полимербетон на основе фурфуролацетоновой смолы (ФАМ), для которого справедлива следующая зависимость $R(E)$: $R = \rho + \omega E$, где $\rho = 126.736$ МПа и $\omega = 4.612 \cdot 10^{-4}$.

Для полимербетона хорошо согласуется с экспериментальными данными критерий П. П. Баландина, который в случае трехосного напряженного состояния имеет вид: $\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) - (R_b - R_{bt})(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = R_b R_{bt}$, где $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ — главные напряжения; R_b и R_{bt} — соответственно расчетные сопротивления бетона на сжатие и растяжение.

В диссертации показаны соответственно графики изменения модуля упругости и эквивалентных напряжений для однородного, равнопрочного и равнонапряженного цилиндра. Максимальная величина относительных напряжений снизилась с 1.23 (однородное изделие) до 0.722 (равнопрочное изделие). Таким образом, при создании искусственной неоднородности несущая способность оболочки повысилась в 1.7 раз.

Несмотря на то, что основным объектом исследований в настоящей диссертационной работе выступают полимеры, методика расчёта в полной мере может быть применена и к иным материалам. Для апробации предложенной методики в разделе 4.5 диссертационной работы объектом исследования является бетонный цилиндр, полый внутри, подвергающийся воздействию физических полей: температурного потока и флюенс излучения. Решение задачи производится в двухмерной постановке в осях r и z при помощи двух численных методов: вариационно–разностного (далее — ВРМ) и МКЭ. Данный подход позволяет провести оценку достоверности полученных результатов. Производится моделирование задачи при изменении коэффициента теплопроводности как функции температуры. Также приводится прикладная задача об определении НДС радиационно–теплового экрана, подобного используемым в АЭС.

Структурные изменения системы «раствор–бетон» приводят к появлению радиационных деформаций, которые, однако, практически невозможно измерить; между общим количеством радиационных дефектов и величиной радиационных деформаций существует определённая зависимость.

Максимальное значение радиационных деформаций является постоянной величиной для бетона данного состава. Она зависит от вида и характера заполнителя. Использована эмпирическая формула, позволяющая определять линейные радиационные деформации в зависимости от флюенса нейтронов:

$\varepsilon_{\Phi} = \{\alpha D_m [\exp(\beta \Phi) - 1]\} / \{D_m + \alpha \exp(\beta \Phi)\} \cdot 0.01$, где ε_{Φ} — радиационные деформации бетона при заданном Φ ; D_m — максимально возможные радиационные деформации бетона данного состава; Φ — флюенс нейтронов; α , β — коэффициенты, зависящие от состава бетона и радиационной нагрузки.

Результатом облучения материала является появление не только радиационных деформаций, но и изменение его физико-механических свойств, в том числе модуля упругости. Экспериментальные исследования показывают, что у бетонов при флюенсе нейтронов больше величины 10^{19} Н/см² значение модуля упругости снижается. Была принята зависимость изменения модуля упругости от флюенса нейтронов $E_{\Phi} = E_0 [\gamma - \alpha_1 \lg(\beta_1 \Phi)]$, где E_0 — модуль упругости бетона до облучения; α_1 , β_1 , γ — коэффициенты, зависящие от спектра излучений; Φ — флюенс нейтронов.

Определение точного вида функции $Q(r, z)$, описывающей плотность внутренних источников тепловыделений, обусловленных ионизирующим излучением, представляет собой весьма сложную задачу, решение которой выходит за рамки данной диссертационной работы. Её вид был принят аналогично работам проф. В. И. Андреева: $Q(r, z) = q_0 + q_1 \exp[-\delta(r - a)] \cdot \sin(\pi z/H)$, где q_0 , q_1 , δ — заданные постоянные величины.

Результаты расчётов приведены в диссертационной работе.

В пятой главе рассматриваются задачи термовязкоупругости в осесимметричной двумерной постановке.

В случае двумерных задач КЭ может быть представлен в виде четырёхугольника или, наиболее часто используемого варианта — треугольника. Далее при рассмотрении сечения цилиндра будет рассматриваться прямоугольный плоский КЭ, как наиболее удобный для данного класса осесимметричных задач.

Следующим этапом идет анализ достоверности полученных коэффициентов матрицы жёсткости и вектора нагрузок КЭ путем сравнения НДС изделия, чья длина во много раз превышает его внешний диаметр, с одномерной задачей при плоском деформированном состоянии.

В разделе 5.2 рассматривается определение НДС в полимерном образце, находящимся под воздействием переменного температурного поля. Объект исследования — полимерный цилиндр, выходящий из экструдера, сушильного аппарата или иного устройства, нагревающего его. Материал изделия — ЭДТ-10.

Подобные исследования проводились и ранее, однако в них граничные условия задавались в виде некоторой функции, без учёта теплового обмена с окружающей средой.

Рассматривается три этапа вытяжки полимерного цилиндра:

1. Начальный момент времени. Образец находится в экструдере и принимается, что вся его температура равна температуре самого экструдера.

2. Вытяжка цилиндра (рис. 11). Образец частично выведен из цилиндра, на нижней грани и внешней грани, которая находится в экструдере, температура равна температуре экструдера. На внутренней грани считается теплообмен в воздушным слоем, температура которого также принята равной температуре

экструдера. На верхней грани и внешней грани, которая вышла из экструдера считается теплообмен с внешней средой.

3. Остывание. Образец извлечён из экструдера, на всех четырех гранях считается теплообмен с воздушной средой.

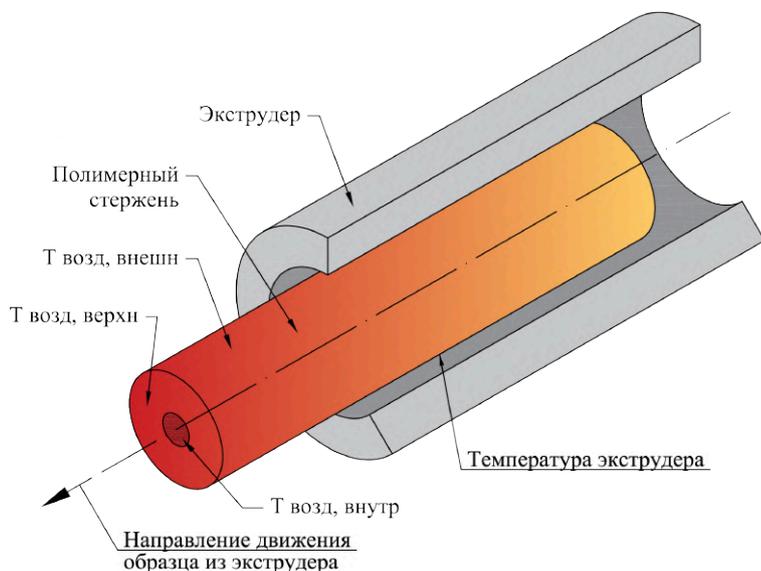


Рис. 11. Расчетная схема цилиндра

Температура экструдера и температура воздушной среды внутри экструдера были приняты 100°C ; температура внешней воздушной среды была принята 20°C . Размеры полимерного цилиндра приняты: $R_a = 0.008\text{ м}$, $R_b = 0.028\text{ м}$, $h = 0.5\text{ м}$. Механические нагрузки на всех торцах отсутствуют.

Полный расчётный период составил 3.6 ч. Были рассмотрены два режима, при которых время выхода полимерного цилиндра из

экструдера было принято 0.36 и 1.2 ч соответственно.

Расчёты выполнены с учётом зависимости всех физико-механических параметров материала цилиндра от температуры в нелинейной постановке.

Подробные результаты расчёта приведены в диссертационной работе.

За счёт более медленного выхода во втором случае полимерный цилиндр имеет больший перепад температур как в момент времени, соответствующему выходу половины цилиндра из экструдера (менее 70°C в первом случае и порядка 40°C во втором), так и в момент времени, соответствующий выходу всего цилиндра из экструдера (порядка 50°C в первом случае и менее 30°C во втором); при этом максимально разогретые участки имеют температуру 100°C .

В результате имеющегося градиента температурного поля, материал полимерного цилиндра приобретает выраженную наведённую косвенную неоднородность в виде разности физико-механических параметров (упругих и высокоэластических) в толщине тела; во втором случае разброс физико-механических параметров имеет более выраженный характер.

В процессе выхода материала из экструдера в теле возникают напряжения за счёт возникновения наведённой неоднородности материала. Анализ полей напряжений показывает, что они имеют несколько разный характер своего распределения в толщине тела, но один порядок их величин. Для удобства анализа изменения величин во времени, на каждом шаге расчёта были определены максимальные и минимальные значения напряжений в теле, после чего были построены графики их изменения, которые приведены на рис. 12, а–е. Максимальные растягивающие и максимальные сжимающие осевые напряжения на всём расчётном периоде имеют уровень порядка 4 МПа.

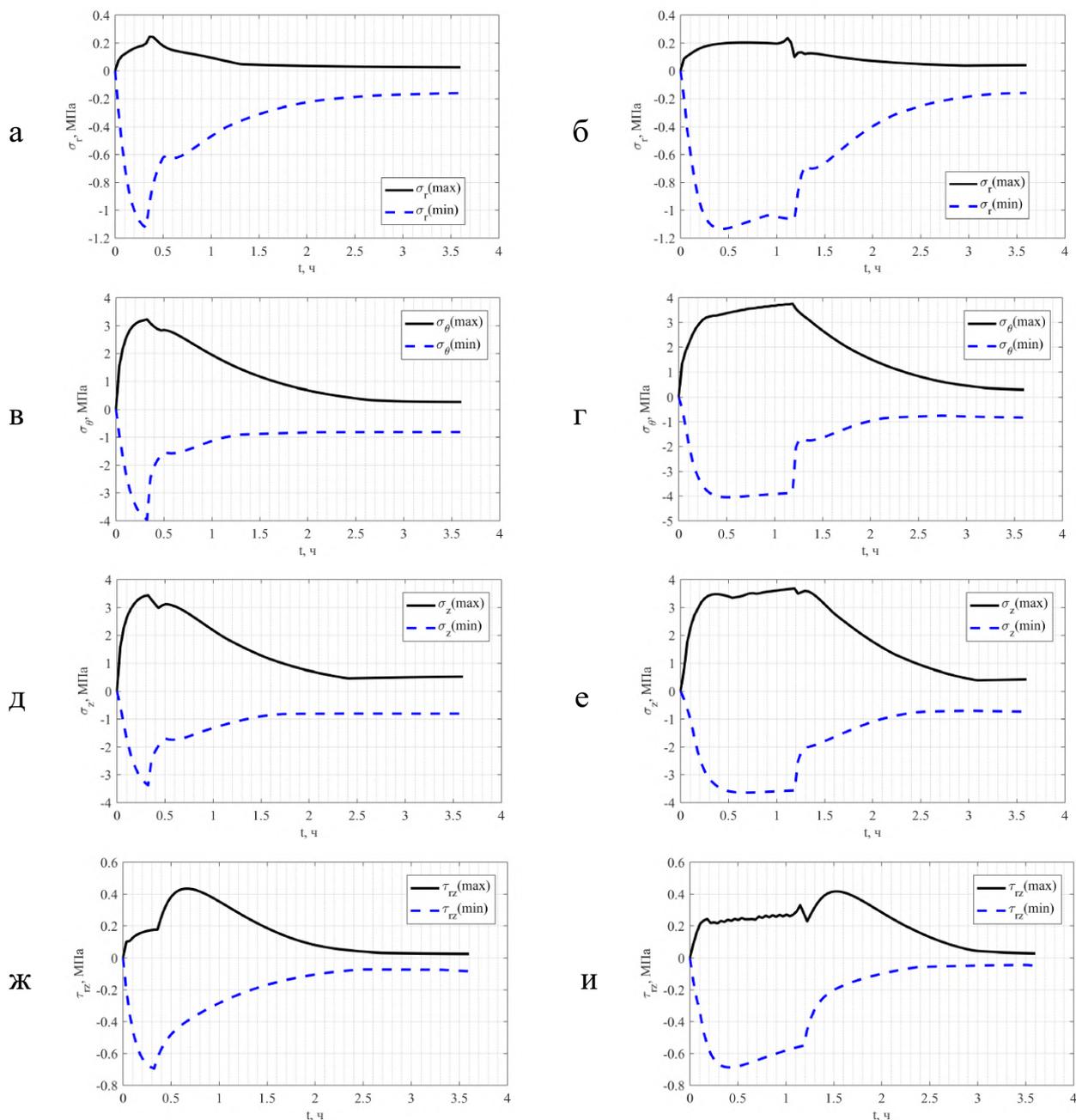


Рис. 12. Изменение максимальных и минимальных напряжений в толще полимерного цилиндра при времени извлечения тела из экструдера в течение:
а, в, д, ж — 0.36 ч; б, г, е, и — 1.2 ч

Анализ полученных данных показывает, что уровень возникающих напряжений не зависит от времени вытяжки изделия, однако в теле возможно возникновение напряжённого состояния достаточно высокого уровня, что может негативно сказаться в случае последующей обработки изделия без возможности его остывания и выдержки при обычных условиях. При остывании изделия в нормальных условия за счёт развития деформаций ползучести в полимере через несколько часов после вытяжки цилиндра из экструдера остаточные напряжения принимают величину, которой можно пренебречь в последующей эксплуатации образца в обоих рассмотренных режимах.

В шестой главе приведён расчёт адгезионного соединения на длительную прочность с учётом ползучести полимерного материала. Расчётная схема соединения представлена на рис. 13. Под пограничным слоем понимается прилегающий к поверхности субстрата слой адгезива, свойства которого могут отличаться от свойств адгезива (полимера) в остальной толщине или в блоке. В основу метода пограничного слоя положены основные соотношения механики деформируемого твердого тела.

В разделе 6.1 приводится решение методом пограничного слоя. Задача сводится к неоднородному дифференциальному уравнению второго порядка

$$\frac{\partial^2 \tau}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau}{\partial r} - \tau \left(\frac{1}{r^2} + c^2 \right) = \frac{G}{h^*} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 [\varepsilon_{cr,r1} - \varepsilon_{cr,\theta 1}] \right) - \frac{G}{h^*} \frac{\xi(r,t)(1 + \nu_1)}{E_1} - G \left(\frac{\partial^2 \gamma_{cr,rz}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \gamma_{cr,rz}}{\partial r} - \frac{\gamma_{cr,rz}}{r^2} \right), \quad (3)$$

где $c^2 = \frac{G}{h^*} \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1 \bar{h}_1} + \frac{1 - \nu_0^2}{E_0 h_0} \right)$; индексы «0» соответствуют субстрату; «1» — пограничному слою; $\bar{h}_1 = h_1/2$, $h^* = h_1 = h_2$, $\tau = \tau_1 = \tau_2$ — касательные напряжения в пограничных слоях.

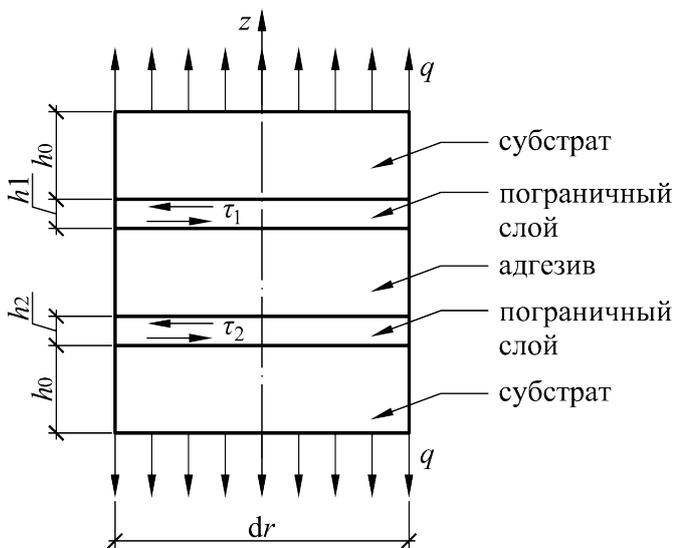


Рис. 13. Расчетная схема адгезионного соединения методом пограничного слоя

При этом во многих работах, приведённых в диссертации, уравнение (3) рассматривается без последних двух слагаемых в правой части. Само решение уравнения (3) выполняется численно при помощи МКР. Временной интервал, на котором исследуется процесс ползучести, разбивается на заданное количество шагов. При использовании закона ползучести в дифференциальной форме деформации ползучести на каждом шаге определяются по деформациям и напряжениям на предыдущем шаге при помощи метода Эйлера или Рунге–Кутты.

Был выполнен расчет адгезионного соединения, в котором в качестве субстрата выступал алюминий, а в качестве адгезива — эпоксидная смола ЭДТ–10. Принимались следующие исходные данные: $R = 12$ мм, $E_0 = 2 \cdot 10^5$ МПа, $E_1 = 2685$ МПа, $h_0 = 1.2$ мм, $\nu_0 = 0.33$, $\nu_1 = 0.37$, $G/h^* = 9600$ МПа/мм. Деформации ползучести в этом уравнении представляются в виде суммы двух составляющих спектра времён релаксации. На рис. 14 приведён график изменения во времени максимальных касательных напряжений в пограничном слое (при $r = R$), построенный при $q = 10$ МПа. Из представленного графика видно, что касательные напряжения

возрастают, но их рост носит затухающий характер. При $t = 0$ они составляют по абсолютному значению 2.34 МПа, а при $t = 2000$ ч — 2.94 МПа.

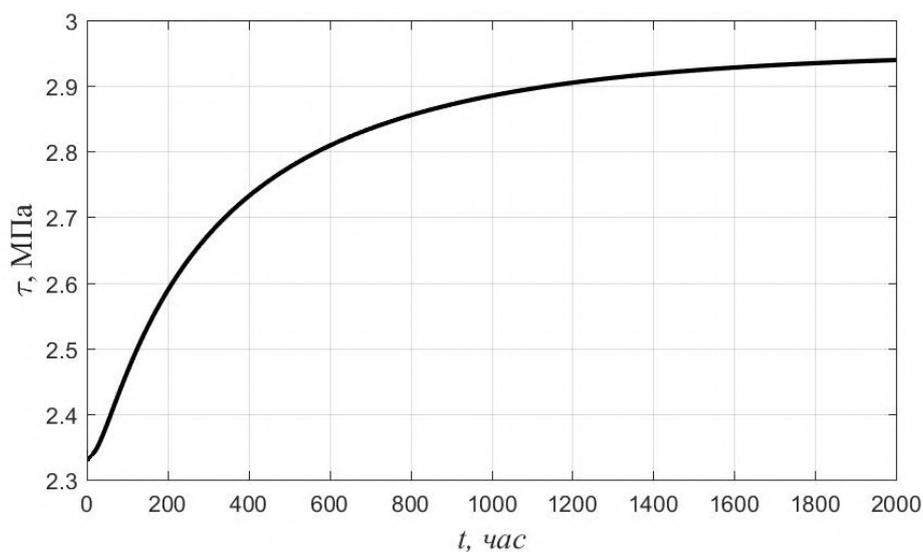


Рис. 14. Изменение во времени максимальных касательных напряжений в пограничном слое

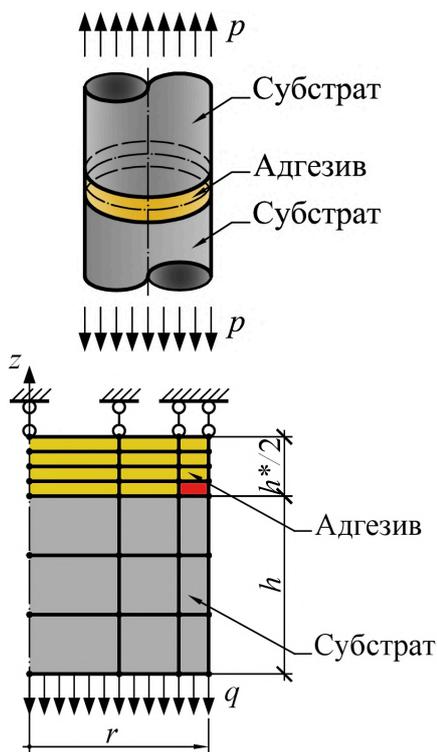


Рис. 15. Постановка задачи и расчётная схема адгезивного соединения

Оценка достоверности полученных результатов производится при помощи анализа разрешающих уравнений и выражений скорости высокоэластических деформаций полимера при времени стремящемся к бесконечности. Из анализа уравнения Максвелла–Гуревича выведены величины длительного модуля упругости и длительного коэффициента Пуассона адгезива, позволяющие получить решение в конце процесса ползучести путем замены в упругом решении мгновенных упругих постоянных на длительные. Подтверждена достоверность результатов решением задачи с использованием введенных постоянных материала.

В разделе 6.2 приводится решение задачи при помощи МКЭ. Используемые КЭ и вектор нагрузок были получены в главе 5. Проводится исследование прочности адгезионного соединения двух цилиндрических тел (субстратов), постановка задачи представлена на рис. 15. Исходные условия задачи следующие: субстрат — стальные диски толщиной 1.2 мм; адгезив — сетчатый полимер — эпоксидная смола ЭДТ-10, компонентами которой являются КДА/ТЭАТ/Спирт/Ацетон в весовых частях 50/5/30/15. Расчётная схема поставленной задачи представлена на рис. 15. Красным цветом показан КЭ, в котором по результатам последующих расчётов возникают наибольшие

напряжения. Исходные условия задачи следующие: субстрат — стальные диски толщиной 1.2 мм; адгезив — сетчатый полимер — эпоксидная смола ЭДТ-10, компонентами которой являются КДА/ТЭАТ/Спирт/Ацетон в весовых частях 50/5/30/15. Расчётная схема поставленной задачи представлена на рис. 15. Красным цветом показан КЭ, в котором по результатам последующих расчётов возникают наибольшие

касательные напряжения. Поскольку задача симметрична относительно середины адгезива, расчётная схема состоит только из одной половины. Учёт ползучести полимера ведётся при помощи двух спектров времён релаксации, «старшего» $\varepsilon_{cr,I}$ и «младшего» $\varepsilon_{cr,II}$: $\varepsilon_{cr} = \varepsilon_{cr,I} + \varepsilon_{cr,II}$.

Расчётные параметры поставленной задачи такие же, как и разделе 6.1. По радиусу КЭ принимались переменного размера: отношение ширины КЭ, находящегося вблизи торца цилиндра, к ширине КЭ, находящегося в центре рассчитываемого объекта, $k_r = (r_{Nr} - r_{Nr-1})(r_2 - r_1) = 0.01$; по высоте в пределах каждого слоя КЭ имеют одинаковую высоту. Весь расчётный период представлен 251 узлом (количество интервалов по времени $N_t = 250$); отношение последнего интервала времени к самому первому принято $k_t = (t_{N_t} - t_{N_t-1})(t_2 - t_1) = 10^6$.

Физико-механические параметры субстрата и адгезива:

Адгезив $E(T) = -18.2T_K + 8200$ МПа; $E_{\infty 1}(T) = (2.4 \cdot 10^6) / T_K - 6120$ МПа при $T_K < 370$ К и $2.23T_K - 640$ МПа при $T_K \geq 370$ К; $E_{\infty 2}(T) = 0.1E_{\infty 1}(T)$; $m_1^*(T) = m_2^*(T) = -0.0155T_K + 7.73$ МПа; $\eta_{01}^*(T) = 36000 \exp\left(\frac{9500}{T_K} - 20\right)$ МПа · с; $\eta_{02}^*(T) = 36000 \exp\left(\frac{35400}{T_K} - 90\right)$ МПа · с; $\nu(T) = \text{const} = 0.37$.

Субстрат $E(T) = \text{const} = 2 \cdot 10^5$ МПа; $\nu(T) = \text{const} = 0.33$.

Здесь T_K — температура в градусах по шкале Кельвина.

В диссертации представлена таблица с результатами определения касательных напряжений, полученная при различном количестве КЭ по радиусу и высоте, аппроксимирующих адгезив.

В случае центрального растяжения (сжатия) наибольшие касательные напряжения на произвольных площадках равны половине растягивающей нагрузки, т.е. $\tau_{\max} = q/2$. Таким образом на первом шаге времени, соответствующему упругой постановке задачи, было принято, что наибольшие касательные напряжения должны составлять половину от интенсивности растягивающего диска усилия.

Анализ полученных данных показывает, что при значительном росте h_r и h_z решение становится неустойчивым. Связано это с тем, что согласно аналитическим выкладкам в месте стыка адгезива и субстрата на свободном торце должна образовываться сингулярность. В МКЭ, как и любом численном методе, необходимо выбрать оптимальные размеры КЭ и их количество, при которых результаты будут близки к ожидаемым.

Для оценки достоверности проделанных выводов выполнено моделирование задачи в упругой постановке при помощи программного комплекса ANSYS, результаты которого приведены в диссертации. Эпюра распределения касательных напряжений в субстрате и адгезиве сплошная по двум материалам до уровня $\tau = q/2$. Значения напряжений касательных напряжений росли при уменьшении размера КЭ (при увеличении их числа). При этом при бесконечном росте числа КЭ появляется сингулярность. Кроме того, превышение касательными напряжениями уровня $\tau = q/2$ приводит к разрыву эпюры τ_{rz} , что говорит о том, что подобного допускать нельзя.

Проведена попытка моделирования пограничного слоя путём аппроксимации адгезива одним единственным КЭ по его высоте. Рассмотрен результат решения при $h_r = 2000$ и $h_z = 1$, при котором $\tau_{rz} = 2.24$ МПа. В случае метода пограничного слоя при той же растягивающей нагрузке уровень касательных напряжений составил $\tau_{rz} = 2.32$ МПа, что согласуется в результате МКЭ и говорит о достоверности полученных результатов. Вывод уравнений метода пограничного слоя базировался на уравнениях теории упругости в точке примыкания адгезива и субстрата, в случае МКЭ напряжения определялись в КЭ, соответствующем субстрату, имеющему определённую толщину, чем и объясняется отличие в уровне найденных касательных напряжений.

Следующим этапом проведены результаты прочности адгезионного соединения при $h_z = 1$ с учётом высокоэластических деформаций, при различных растягивающих напряжениях q . В сравнении с методом пограничного слоя наблюдается отличие и в характере изменения касательных напряжений. Так при уровне растягивающей нагрузки $q = 10$ МПа и $q = 40$ МПа касательные напряжения стабилизируются и принимают значение по уровню ниже, чем на первом шаге, соответствующем упругой задаче. В методе пограничного слоя напряжения стабилизировались и были по уровню выше, чем на первом этапе. Также необходимо отметить, что в методе пограничного слоя расчёт мог быть произведён до уровня растягивающего усилия меньше, чем $q = 40$ МПа; в МКЭ данный уровень выше и решение может быть получено при уровне напряжений $q = 70$ МПа.

Поскольку, как говорилось ранее, максимально точное значение даёт результат, полученный при количестве КЭ, равному $h_r = 50$ и $h_z = 40$, проведено моделирование изменения касательных напряжений с учетом развития высокоэластических напряжений. Результаты расчёта представлены на рис. 16.

На графиках касательных напряжений также наблюдается первоначальное снижение их уровня (неустановившаяся ползучесть), последующий значительный их рост и релаксация. Уровень релаксации при этом незначительно ниже максимального наблюдаемого значения касательных напряжений.

Максимальный уровень напряжений, при которых возможен расчет составляет в данном случае 54.2 МПа. При этом наблюдается резкое изменение главных напряжений σ_1 и σ_3 .

Таким образом можно сделать вывод, что рост касательных напряжений ограничивается некоторым максимальным значением, после которого наблюдается их релаксация. Данные выводы полностью совпадают с уточнённым методом пограничного слоя, приведённым в разделе 6.1 по характеру изменения касательных напряжений, но не по их интенсивности. Объясняется это тем, что работа адгезива моделируется более точно в связи с большим числом КЭ по его высоте.

Тем не менее, полученные результаты значительно отличаются от приведённых в работах проф. А. С. Фрейдина и проф. Р. А. Турусова, как одних из наиболее известных в вопросах расчёта длительной прочности адгезионного соединения, в которых касательные напряжения с течением времени растут

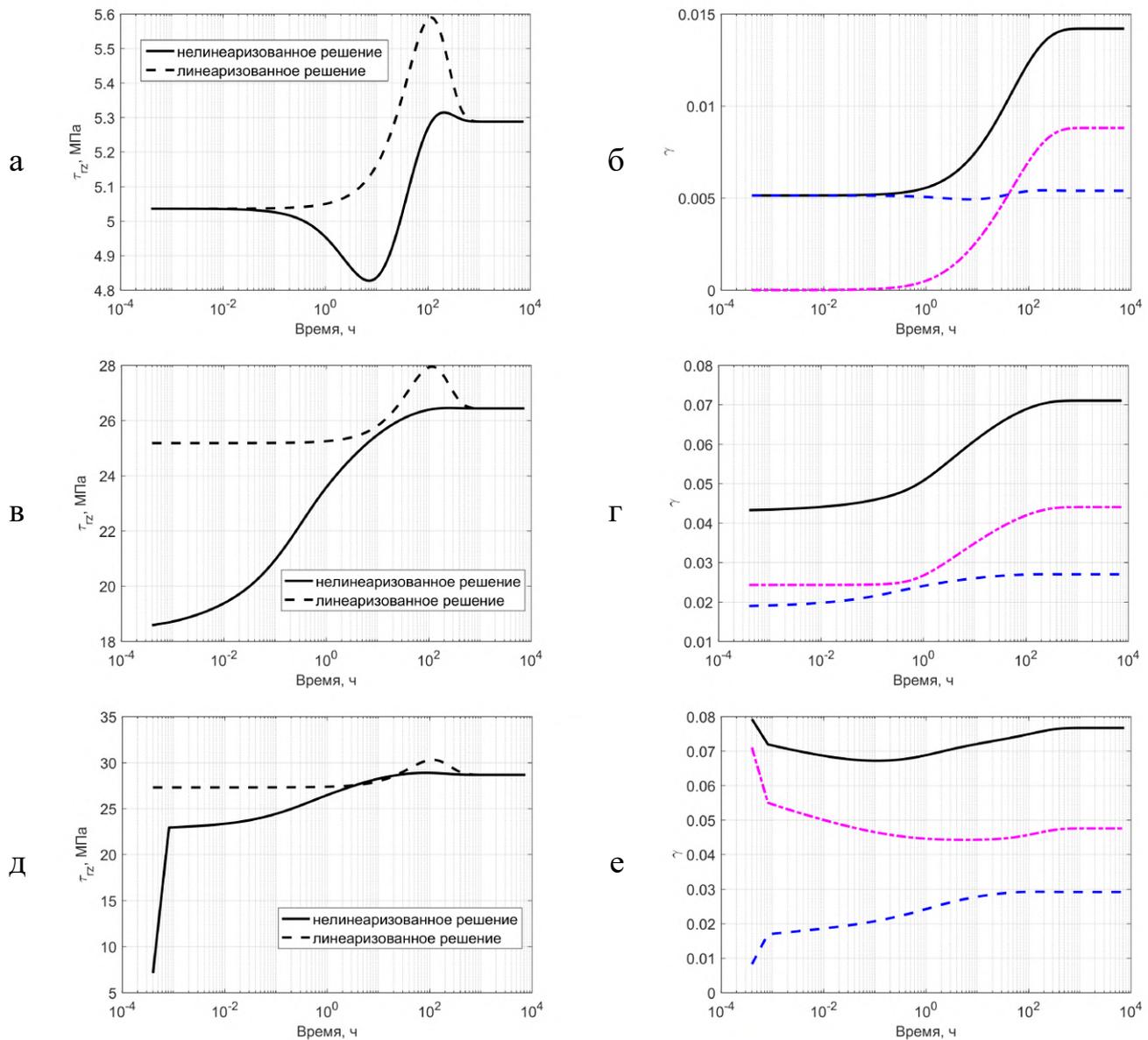


Рис. 16. Сравнение роста касательных напряжений τ_{rz} и изменение сдвиговых деформаций γ в адгезиве с течением времени при $h_z = 40$: а, б — $q = 10$ МПа; в, г — $q = 50$ МПа; д, е — $q = 54.2$ МПа; линии: сплошная чёрная — полная деформация $\gamma = \gamma_{el} + \gamma_{cr}$; пунктирная синяя — упругая деформация γ_{el} ; штрихпунктирная красная — высокоэластическая деформация $\gamma_{cr} = \gamma_{cr1} + \gamma_{cr2}$

по нарастающей. Данное расхождение объясняется тем, что в работах проф. А. С. Фрейдина и проф. Р. А. Турусова использована гипотеза, согласно которой сдвиговые касательные напряжения пренебрежимо малы и не учитывались в выводе разрешающих уравнений. Применение данной гипотезы приводит к тому, что в разрешающие уравнения не учитывают быстрый рост сдвиговых высокоэластических деформаций при высокой интенсивности растягивающего усилия, что позволяет получить решение при более высоких уровнях q . Кроме того, анализ вышеуказанных трудов показывает, что в них не соблюдается условие на начальном этапе времени $\tau_{\max} = q/2$.

Также некоторой косвенной оценкой достоверности полученного решения может служить сравнение результатов решения по нелинеаризованной и линеаризованной теориям. В случае линеаризованной теории, как говорилось ранее, коэффициент релаксационной вязкости η^* принимается постоянным и равным коэффициенту начальной вязкости η_0^* (рис. 16).

Решение по нелинейной теории имеет выраженную неустановившуюся ползучесть на начальном этапе. Решение по линеаризованной теории даёт более высокие максимальные значения касательного напряжения. Однако, и по нелинеаризованной, и по линеаризованной теориям релаксация напряжений наблюдается в один момент и имеет один постоянный во времени уровень. Данные результаты также говорят в пользу их достоверности.

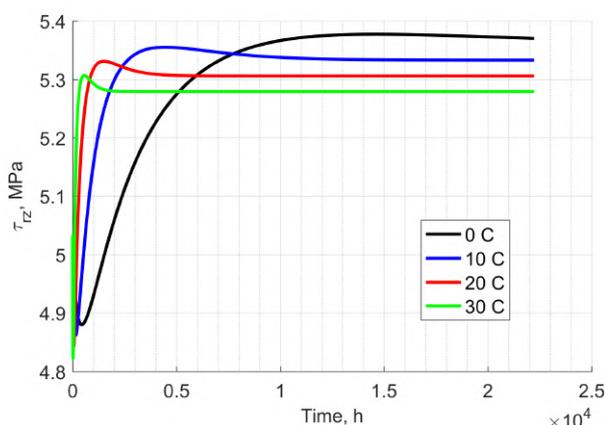


Рис. 17. Изменение интенсивности касательных напряжений при $q = 10$ МПа и различных температурах

чего задача приобретала геометрическую нелинейность, которую в рамках диссертационной работы не учитывают. Результаты расчёта изменения касательных напряжений в адгезиве в нелинейной и линеаризованной постановках с течением времени представлены на рис. 17.

Изменение температуры от 0 до 30 °С практически не сказывается на величине максимального напряжения, однако влияет на период, когда стабилизируется максимальное касательное напряжение; при росте температуры напряжение стабилизируется при меньшем времени. Так, при температуре 0 °С время стабилизации напряжения даже выходит за исследуемый период времени.

В разделе 6.4 приводится экспериментальная апробация расчётной модели. Из алюминиевой болванки изготовлено 10 пар заготовок для соединения их адгезивом (рис. 18, б). Узкая часть образцов принята такой же, как и в работах проф. А. С. Фрейдина и проф. Р. А. Турусова (ссылка приводится в диссертационной работе), а также во время конечно-элементного моделирования в разделе 6.2, т. е. $d = 2.4$ см.

Для оценки шероховатости алюминиевых образцов (рис. 18, а) использовался профилометр модели 130. Испытания показали среднее арифметическое из абсолютных значений отклонений профиля в пределах

Раздел 6.3 посвящён

исследованию прочности адгезионного соединения при различных температурах. Поскольку физико-механические параметры адгезива являются значительными функциями температуры, был проведен расчет НДС адгезионного соединения при интенсивности растягивающего усилия $q = 10$ МПа и следующих неизменных во времени температурных режимах: 0, 10, 20 и 30 °С. При больших температурах происходило значительное снижение физико-механических параметров, в результате



Рис. 18. Испытания на адгезионный отрыв: оценка шероховатости алюминиевых образцов (а); универсальная испытательная машина WP300 (б) и результат проведения эксперимента — адгезионное разрушение на поверхности алюминиевых образцов (в)

базовой длины $Ra = 1.9295$ мкм. Толщина адгезива при этом составляет $h^*/2 = 0.09$ мм. Значение параметра Ra более чем на порядок меньше толщины слоя адгезива, что позволяет говорить о работоспособности применённой конечно-элементной модели и пренебрежения учёта шероховатости в ней.

В качестве адгезива использовано эпоксидное связующее ЭДТ-10, компонентами которой являются КДА/ТЭАТ/Спирт/Ацетон в весовых частях 50/5/30/15.

Для испытания подготовленных образцов на нормальный отрыв использовалась универсальная испытательная машина WP–300 с компьютерной системой сбора и обработки данных GUNT (рис. 18, б). Для обеспечения постоянства внешних факторов испытания проводились в климатической камере НТКК–1.8/2/2 при постоянной температуре 20 °С. Изготовлены 10 алюминиевых болванок, соединённых эпоксидной смолой.

Выполнена серия испытаний 10 образцов на растяжение, в результате которой получена средняя нагрузка, приводящая к разрушению адгезионного соединения, равная 4.9 кН, что соответствует среднему напряжению в образцах на месте соприкосновения алюминия с эпоксидной смолой равному $p = 10.8314$ МПа. Исследование образца после испытания демонстрирует явное адгезионное разрушение (рис. 18, в). Математическое моделирование показало, что разрушающее напряжение при этом составляет $\tau_{adhesive} = 4.10$ МПа.

Предложен прогноз теоретического времени разрушения. Полученный уровень напряжения $\tau_{adhesive}$ был принят за допустимый уровень, превышение которого приводит к разрушению адгезионного соединения. Далее от уровня нагружения, приводящего к моментальному разрушению адгезионного соединения $F = 4.9$ кН происходило постепенное снижение нагрузки с шагом 0.05 кН. Параллельно путем математического конечно–элементного моделирования определялось теоретическое время разрушения образца. Снижение нагрузки продолжалось до тех пор, пока согласно математической модели или время разрушения не превысит 24 часа, или в результате релаксации максимальные касательные напряжения через некоторый момент времени начнут уменьшать свой уровень в результате чего разрушение не произойдёт вовсе. Имея теоретическое время разрушения, были проведены испытания над реальными образцами, результаты которых приведены в табл. 3.

Табл. 3. Результаты проведения испытаний адгезионного соединения на нормальный отрыв

Приложенная растягивающая нагрузка, кН	Теоретическое время разрушения, ч	Фактическое среднее время разрушения, ч	Проведённое количество испытаний, шт	δ , %
4.90	0.00	0.00	10	0
4.85	2.00	2.10	10	5
4.80	4.50	4.75	10	6
4.75	8.00	8.40	5	5
4.70	11.80	12.50	5	6
4.65	16.50	18.00	3	9
4.60	22.30	24.75	3	11

Анализ полученных результатов показывает, что моделирование адгезионного соединения в пределах 24 часов даёт весьма хорошее согласование теории и эксперимента.

Погрешность определения времени разрушения адгезионного соединения выросла при увеличении теоретического времени разрушения соединения, что

может быть связано с многими причинами: снижением количества проводимых испытаний, отличием реальных физико–механических параметров адгезива от заложенных в математической модели, погрешностью в образцах при их заливке, времени отверждения и т. д.

Заключение

В результате проделанных исследований предложена математическая модель определения напряжённо–деформированного состояния полимерных тел на основании нелинейного обобщённого уравнения Максвелла–Гуревича и с учётом неоднородности материала, вызванной температурным полем. Путём непосредственного конечно–элементного моделирования произведена оценка длительной прочности адгезионного соединения.

На основании приведённых результатов можно сделать следующие выводы:

1. Усовершенствовано научное направление, связанное с методикой расчёта полимерных тел на прочность в термовязкоупругой постановке.

2. Доказана необходимость использования комплексного подхода к расчёту конструкций и их элементов из полимерных материалов, заключающегося не только в корректном моделировании конечно–элементной сетки по телу, но и во времени, а также использование моделей, учитывающих наличие обратимых деформаций ползучести с определением физико–механических параметров исследуемого полимера.

3. Разработана методика определения физико–механических параметров полимера как в зависимости от температуры, так и от содержания добавок и ионизирующего излучения. При этом физико–механические параметры полимера являются функцией от двух переменных.

4. Доказано, что для полноценной оценки напряжённо–деформированного состояний конструкций из полимера необходимо проведение испытаний с последующим определением физико–механических параметров для данных условий с учётом внешних факторов (температурное поле, химическая усадка, ионизирующее излучение и т.д.). Параметры полимера, полученные при нормальных условиях, могут быть использованы для определения напряжённо–деформированного только в приближённых инженерных расчётах.

5. Разработана методика определения теоретической неоднородности материала с целью создания равнопрочного полимерного тела, обусловленной воздействием на последнего физических полей или наличия добавок.

6. Разработан новый 4–узловой конечный элемент при помощи численно–аналитического решения заданной аппроксимирующей функции, учитывающий температурное воздействие и реологию полимера.

7. Разработана и реализована в виде пакета прикладных программ для программного комплекса MatLab методика расчёта гомогенных и гетерогенных систем в условиях термовязкоупругости при помощи разработанного ранее 4–узлового конечного элемента.

8. Предложено решение практически важной задачи определения напряжённо–деформированного состояния полимерного цилиндра, выходящего из экструдера с учётом переменного температурного поля.

9. Уточнена модель расчёта длительной прочности адгезионного соединения при помощи разработанного 4–узлового конечного элемента.

10. Доказана достоверность расчёта адгезионного соединения путем моделирования в нелинеаризированной и линеаризированной постановках.

11. Доказана необходимость использования полноценного моделирования конечными элементами адгезионного соединения вместо использования таких методов, как метод пограничного слоя.

Основное содержание работы изложено в следующих публикациях:

Статьи в изданиях, рекомендованных ВАК РФ, или входящих в международные реферативные базы Scopus/Web of Science:

1. Языев, Б. М. Задача термовязкоупругости для многослойного неоднородного полимерного цилиндра (часть 1) / Б. М. Языев, **С. В. Литвинов**, С. Б. Языев // Пластические массы. — 2007. — № 9. — С. 36–38.

2. Языев, Б. М. Задача термовязкоупругости для многослойного неоднородного полимерного цилиндра (часть 2) / Б. М. Языев, **С. В. Литвинов**, С. Б. Языев // Пластические массы. — 2007. — № 12. — С. 44–46.

3. **Литвинов, С. В.** Ползучесть полимерного цилиндра, находящегося в стадии охлаждения / **С. В. Литвинов**, С. Б. Языев // Обзорение прикладной и промышленной математики. — 2009. — Т. 16. — Вып. 6. — С. 1089.

4. **Литвинов, С. В.** Плоская деформация неоднородных многослойных цилиндров с учетом нелинейной ползучести / **С. В. Литвинов**, С. Б. Языев, С. Б. Языева // Вестник МГСУ. — 2010. — № 1. — С. 128–132.

5. **Литвинов, С. В.** Расчет на устойчивость полимерных стержней с учетом деформаций ползучести и начальных несовершенств / **С. В. Литвинов**, Е. С. Клименко, И. И. Кулинич, С. Б. Языева // Инженер. вестник Дона. — 2011. — № 2. — URL: <http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2011/418>.

6. **Литвинов, С. В.** Расчет на устойчивость стержней из ЭДТ–10 при различных вариантах закрепления / **С. В. Литвинов**, Е. С. Клименко, И. И. Кулинич, С. Б. Языева, Е. А. Торлина // Инженер. вестник Дона. — 2011. — № 2. — URL: <http://www.ivdon.ru/magazine/archive/n2y2011/415>.

7. **Литвинов, С. В.** Устойчивость полимерных стержней при различных вариантах закрепления / **С. В. Литвинов**, Е. С. Елименко, И. И. Кулинич, С. Б. Языева // Вестник МГСУ. — 2011. — № 2. — Т. 2. — С. 153–157.

8. **Литвинов, С. В.** Устойчивость круговой цилиндрической оболочки при равномерном внешнем давлении / **С. В. Литвинов**, Б. М. Языев, А. Н. Бескопыльный // Инженер. вестник Дона. — 2011. — № 4. — URL: <http://ivdon.ru/magazine/archive/n4y2011/704>.

9. **Литвинов, С. В.** Расчет на устойчивость стержней из ЭДТ–10 при начальной погиби стержня в виде S–образной кривой / **С. В. Литвинов**, Б. М. Языев,

- А. Н. Бескопыльный, И. В. Ананьев // Инженер. вестник Дона. — 2012. — № 1. — URL: <http://www.ivdon.ru/magazine/archive/n1y2012/723>.
10. Литвинов, С. В. Расчёт цилиндрических тел при воздействии теплового и радиационного нагружений / С. В. Литвинов, Ю. Ф. Козельский, Б. М. Языев // Инженер. вестник Дона. — 2012. — № 3. — URL: <http://ivdon.ru/magazine/archive/n3y2012/954>.
11. Языев, С. Б. Реология соляного массива со сферической полостью / С. Б. Языев, Б. М. Языев, С. В. Литвинов // Инженер. вестник Дона. — 2012. — № 4, ч. 2. — URL: <http://www.ivdon.ru/magazine/archive/n4p2y2012/1322>.
12. Литвинов, С. В. Осесимметричная термоупругая деформация цилиндра с учетом двухмерной неоднородности материала при воздействии теплового и радиационного нагружений / С. В. Литвинов, Ю. Ф. Козельский, Б. М. Языев // Вестник МГСУ. — 2012. — № 11. — С. 82–87.
13. Литвинов, С. В. Продольный изгиб полимерных стержней при различных вариантах закрепления / С. В. Литвинов, Е. С. Клименко, И. И. Кулинич, С. Б. Языева // Пластические массы. — 2012. — № 9. — С. 43–45.
14. Козельская, М. Ю. Расчёт на устойчивость сжатых полимерных стержней с учётом температурных воздействий и высокоэластических деформаций / М. Ю. Козельская, А. С. Чепурненко, С. В. Литвинов // Науч.-техн. вестник Поволжья. — 2013. — № 4. — С. 190–194. — URL: http://ntvp.ru/files/NTVP_4_2013.php.
15. Козельская, М. Ю. Применение метода Галёркина при расчете на устойчивость сжатых стержней с учетом ползучести / М. Ю. Козельская, А. С. Чепурненко, С. В. Литвинов // Инженер. вестник Дона. — 2013. — № 2. — URL: <http://ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1714>.
16. Языев, Б. М. Плоская деформация элементов цилиндрических конструкций под действием физических полей / Б. М. Языев, С. В. Литвинов, Ю. Ф. Козельский // Инженер. вестник Дона. — 2013. — № 2. — URL: <http://www.ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1616>.
17. Литвинов, С. В. Продольный изгиб полимерных стержней с учетом деформаций ползучести и начальных несовершенств / С. В. Литвинов, Е. С. Клименко, И. И. Кулинич, С. Б. Языева // Пластические массы. — 2013. — № 7. — С. 26–28.
18. Языев, Б. М. Построение модели равнопрочного толстостенного цилиндра при силовых и температурных воздействиях / Б. М. Языев, А. С. Чепурненко, С. В. Литвинов, А. А. Аваков // Научное обозрение. — 2014. — № 9, ч. 3. — С. 863–866.
19. Чепурненко, А. С. Расчет внецентренно сжатого железобетонного стержня на ползучесть при различных законах деформирования / А. С. Чепурненко, И. В. Юхнов, Б. М. Языев, С. В. Литвинов // Научное обозрение. — 2014. — № 8, ч. 3. — С. 935–940.
20. Языев, Б. М. Напряженно-деформированное состояние предварительно напряженного железобетонного цилиндра с учетом ползучести бетона /

- Б. М. Языев, А. С. Чепурненко, **С. В. Литвинов**, М. Ю. Козельская // Научное обозрение. — 2014. — № 11, ч. 3. — С. 759–763.
21. Языев, Б. М. Потери предварительного напряжения в железобетонном цилиндре за счет ползучести бетона / Б. М. Языев, А. С. Чепурненко, **С. В. Литвинов**, М. Ю. Козельская // Научное обозрение. — 2014. — № 11, ч. 2. — С. 445–449.
22. **Литвинов, С. В.** Продольный изгиб гибкой железобетонной стойки при нелинейной ползучести / **С. В. Литвинов**, И. В. Юхнов, Б. М. Языев, А. С. Чепурненко // Современ. проблемы науки и образования. — 2014. — № 5. — URL: <http://www.science-education.ru/119-14705>.
23. Языев, Б. М. Расчёт трёхслойной пластинки методом конечных элементов с учётом ползучести среднего слоя / Б. М. Языев, А. С. Чепурненко, **С. В. Литвинов**, С. Б. Языев // Вестник Дагестан. гос. техн. ун-та. — 2014. — № 2 (33). — С. 47–55.
24. Никора, Н. И. Определение длительных критических нагрузок для сжатых полимерных стержней при нелинейной ползучести / Н. И. Никора, А. С. Чепурненко, **С. В. Литвинов** // Инженер. вестник Дона. — 2015. — № 1, ч. 2. — URL: <http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1p2y2015/2796>.
25. Аваков, А. А. Расчёт железобетонной арки с учётом ползучести бетона / А. А. Аваков, А. С. Чепурненко, **С. В. Литвинов** // Инженер. вестник Дона. — 2015. — № 1, ч. 2. — URL: <http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1p2y2015/2795>.
26. Аваков, А. А. Напряженно-деформированное состояние железобетонной арки с учётом ползучести бетона / А. А. Аваков, А. С. Чепурненко, **С. В. Литвинов** // Фундамент. исслед. — 2015. — № 3. — С. 9–14. — URL: <http://www.rae.ru/fs/pdf/2015/3/37075.pdf>.
27. Андреев, В. И. Расчет трехслойной полой оболочки с учетом ползучести среднего слоя / В. И. Андреев, Б. М. Языев, А. С. Чепурненко, **С. В. Литвинов** // Вестник МГСУ. — 2015. — № 7. — С. 17–24.
28. Дудник, А. Е. Плоское деформированное состояние полимерного цилиндра в условиях термовязкоупругости / А. Е. Дудник, А. С. Чепурненко, **С. В. Литвинов**, А. С. Денего // Инженер. вестник Дона. — 2015. — № 2, ч. 2. — URL: <http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2p2y2015/3063>.
29. Дудник, А. Е. Нестационарная задача теплопроводности для электрического кабеля с ПВХ изоляцией / А. Е. Дудник, А. С. Чепурненко, **С. В. Литвинов** // Науч.-техн. вестн. Поволжья. — 2015. — № 6. — С. 49–51.
30. **Литвинов, С. В.** Напряженно-деформированное состояние многослойных полимерных труб с учетом ползучести материала / **С. В. Литвинов**, Г. М. Данилова–Волковская, А. Е. Дудник, А. С. Чепурненко // Современ. наука и инновации. — 2015. — № 3 (11). — С. 71–78.
31. **Litvinov, S. V.** Longitudinal bending of polymer rods with account taken of creep strains and initial imperfections / **S. V. Litvinov**, E. S. Klimenko, I. I. Kulinich, S. V. Yazyeva // International Polymer Science and Technology. — 2015. — Т. 42. — № 2. — С. 23–25.
32. Курачев, Р. М. Моделирование напряженно-деформированного состояния корпуса высокого давления с учетом воздействия физических полей /

Р. М. Курачев, А. С. Чепурненко, **С. В. Литвинов** // Современ. наукоемкие технологии. — 2016. — № 2–3. — С. 430–434. — URL: <http://top-technologies.ru/ru/article/view?id=35647>.

33. Чепурненко, А. С., Оптимизация толстостенной сферической оболочки при термосиловых воздействиях / А. С. Чепурненко, Б. М. Языев, **С. В. Литвинов**, А. Н. Бескопыльный // Качество. Инновации. Образование. — 2016. — № 8–10 (135–137). — С. 129–132.

34. **Литвинов, С. В.** Моделирование термоползучести неоднородного толстостенного цилиндра в осесимметричной постановке / **С. В. Литвинов**, Л. И. Труш, А. Е. Дудник // Инженер. вестник Дона. — 2016. — № 2. — URL: <http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2016/3560>.

35. Дудник, А. Е. Определение реологических параметров поливинилхлорида с учетом изменения температуры / А. Е. Дудник, А. С. Чепурненко, **С. В. Литвинов** // Пластические массы. — 2016. — № 1-2. — С. 30–33.

36. **Litvinov, S. V.** Flat Axisymmetrical Problem of Thermal Creepage for Thick-Walled Cylinder Made Of Recyclable PVC / **S. V. Litvinov**, L. I. Trush, S. B. Yazyev // Procedia Engineering. — 2016. — № 150. — С. 1686–1693. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877705816314734>.

37. **Litvinov, S. V.** Some features in the definition of the temperature field in axisymmetric problems / **S. V. Litvinov**, L. I. Trush, A. A. Avakov // 2017 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM). — 2017. — С. 1–5.

38. **Litvinov, S. V.** Optimization of thick-walled spherical shells at thermal and power influences / **S. V. Litvinov**, A. N. Beskopylny, L. I. Trush, S. B. Yazyev // MATEC Web of Conferences. — 2017. — Т. 106 (2017). — С. 04013. — URL: https://www.matec-conferences.org/articles/mateconf/abs/2017/20/mateconf_spbw2017_04013/mateconf_spbw2017_04013.html.

39. Dudnik, A. E. Determining the rheological parameters of polyvinyl chloride, with change in temperature taken into account / A. E. Dudnik, A. S. Chepurnenko, **S. V. Litvinov** // International Polymer Science and Technology. — 2017. — Т. 44 (1). — С. 30–33. — URL: <http://www.polymerjournals.com/journals.asp?Search=YES&JournalID=102975&JournalType=ipsat>.

40. Yazyev, S. Energy method in solving the problems of stability for a viscoelastic polymer rods / S. Yazyev, M. Kozelskaya, G. Strelnikov, **S. Litvinov** // MATEC Web of Conferences. ICMTMTE 2017. — Т. 129 (2017). — С. 05010. — URL: https://www.matec-conferences.org/articles/mateconf/pdf/2017/43/mateconf_icmtmte2017_05010.pdf.

41. Trush, L. Optimization of the Solution of a Plane Stress Problem of a Polymeric Cylindrical Object in Thermoviscoelastic Statement / L. Trush, **S. Litvinov**, N. Zakieva, S. Bayramukov // International Scientific Conference Energy Management of Municipal Transportation Facilities and Transport EMMFT 2017. — Advances in Intelligent Systems and Computing. — Т. 692. — С. 885–893. — URL: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-70987-1_95.

42. **Litvinov, S.** Forecasting the Strength of an Adhesive Bond Over a Long Period of Time / **S. Litvinov**, A. Zhuravlev, S. Bajramukov, S. Yazyev // International Scientific Conference Energy Management of Municipal Transportation Facilities and Transport EMMFT 2017. — Advances in Intelligent Systems and Computing. — T. 692. — C. 902–907. — URL: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-70987-1_97.
43. **Litvinov, S. V.** Determination of physic and mechanical parameters of high-density polyethylene based on relaxation curves due to the presence of hydroxyapatite and ionizing radiation / **S. V. Litvinov**, S. B. Yazyev, D. A. Vysokovskiy // MATEC Web of Conferences. — EDP Sciences, 2018. — T. 196. — C. 01013. — URL: https://www.matec-conferences.org/articles/mateconf/abs/2018/55/mateconf_rsp2018_01013/mateconf_rsp2018_01013.html.
44. **Litvinov, S. V.** Buckling of glass reinforced plastic rods of variable rigidity / **S. V. Litvinov**, S. B. Yazyev, I. I. Rudchenko, G. S. Molotkov // Materials Science Forum. — 2018. — T. 931. — C. 133–138. — URL: <https://www.scientific.net/MSF.931.133>.
45. **Litvinov, S. V.** Determination of the Stress-Strain State of a Rotating Polymer Body / **S. V. Litvinov**, L. I. Trush, S. B. Yazyev // Materials Science Forum. — 2018. — T. 935. — C. 121–126. — URL: <https://www.scientific.net/MSF.935.121>.
46. **Litvinov, S. V.** Effecting of Modified HDPE Composition on the Stress–Strain State of Constructions / **S. V. Litvinov**, B. M. Yazyev, M. S. Turko // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. — IOP Publishing, 2018. — T. 463. — № 4. — C. 042063. — URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/463/4/042063/meta>.
47. **Litvinov, S.** Approbation of the Mathematical Model of Adhesive Strength with Viscoelasticity / **S. Litvinov**, X. Song, S. Yazyev, A. Avakov // Key Engineering Materials. — 2019. — T. 816. — C. 96–101. — URL: <https://www.scientific.net/KEM.816.96>.
48. **Литвинов, С. В.** Теоретическое исследование модифицированных упругих и высокоэластических параметров полиэтилена высокой плотности на основе экспериментальных кривых релаксации / **С. В. Литвинов**, Л. И. Труш, А. А. Савченко, С. Б. Языев // Изв. вузов. Химия и хим. технология. — 2019. — Т. 62. — № 5. — С. 78–83. — URL: <http://journals.isuct.ru/ctj/article/view/1261/783>.
49. **Литвинов, С. В.** Исследование напряженно-деформированного состояния цилиндрического тела из модифицированного ПЭВП / **С. В. Литвинов**, Л. И. Труш, С. Б. Языев, И. М. Зотов // Изв. вузов. Химия и хим. технология. — 2019. — Т. 62. — № 7. — С. 118–122. — URL: <http://journals.isuct.ru/ctj/article/view/1488>.
50. Yazyev, S. Rheological Aspects of Multilayered Thick–Wall Polymeric Pipes under the Influence of Internal Pressure / S. Yazyev, **S. Litvinov**, A. Dudnik, I. Doronkina // Key Engineering Materials. — 2020. — T. 869. — C. 209–217. — URL: <https://www.scientific.net/KEM.869.209.pdf>.
51. Yanukyan, E. G. Calculation of the three-layer cylindrical shells taking into account the creep of the middle layer / E. G. Yanukyan, E. O. Lotoshnikova, A. S. Chepurnenko, B. M. Yazyev, **S. V. Litvinov** // IOP Conference Series: Materials Science and

Engineering. — IOP Publishing, 2020. — Т. 913. — № 2. — С. 022010. — URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/913/2/022010>.

52. **Litvinov, S.** Determination of Rheological Parameters of Polymer Materials Using Nonlinear Optimization Methods / **S. Litvinov**, S. Yazyev, A. Chepurnenko, B. Yazyev // Proceedings of the XIII International Scientific Conference on Architecture and Construction 2020. — Т. 130. — Springer, Singapore. — С. 587–594. — URL: https://link.springer.com/chapter/10.1007%2F978-981-33-6208-6_58.

53. Языев, С. Б. Определение реологических параметров полимерных материалов с использованием методов нелинейной оптимизации / С. Б. Языев, А. С. Чепурненко, **С. В. Литвинов** // Строительные материалы и изделия. — 2020. — Т. 3. — № 5. — С. 15–23. — URL: <http://bstu-journals.ru/archives/10782>.

54. Чепурненко, А. С. Уточнение решения задачи о длительной прочности адгезионного соединения при нормальном отрыве / А. С. Чепурненко, **С. В. Литвинов**, С. Б. Языев, Л. С. Сабитов // Строительная механика и расчет сооружений. — 2020. — № 3. — С. 26–31.

55. Лесняк, Л. И. Изменение напряженно-деформированного состояния полимерного цилиндра при переменных физических и температурных нагрузках / Л. И. Лесняк, А. С. Чепурненко, **С. В. Литвинов**, Б. М. Языев // Известия Кабардино-Балкарского гос. университета. — 2020. — № 4. — С. 37–42.

56. Chepurnenko, A. S. Combined use of contact layer and finite-element methods to predict the long-term strength of adhesive joints in normal separation / A. S. Chepurnenko, **S. V. Litvinov**, S. B. Yazyev // Mechanics of composite materials. — 2021. — Т. 57. — № 3. — С. 501–516.

57. Chepurnenko, A. Optimization of Thick-Walled Viscoelastic Hollow Polymer Cylinders by Artificial Heterogeneity Creation: Theoretical Aspects / A. Chepurnenko, **S. Litvinov**, B. Meskhi, A. Beskopylny // Polymers. — 2021. — Т. 13. — С. 2408. — URL: <https://doi.org/10.3390/polym13152408>.

Статьи в других изданиях:

1. Языев, Б. М. Плоскодеформированное и плосконапряженное состояние непрерывно неоднородного цилиндра под воздействием температурного поля / Б. М. Языев, **С. В. Литвинов** // Сборник трудов / Рост. гос. строит. ун-т. — Ростов н/Д, 2006. — С. 25–27.

2. Языев, Б. М. Задача термоупругости для многослойного неоднородного цилиндра / Б. М. Языев, **С. В. Литвинов** // Строительство–2007: материалы Междунар. науч.-практ. конф. / Рост. гос. строит. ун-т. — Ростов н/Д, 2007. — С. 86–87.

3. **Литвинов, С. В.** Задача термовязкоупругости для многослойного неоднородного полимерного цилиндра / **С. В. Литвинов** // материалы III междунар. науч.-практ. конф. — Нальчик: КБГУ, 2007. — С. 27–32.

4. Языев, Б. М. Задача термоупругости для многослойного неоднородного полимерного цилиндра / Б. М. Языев, **С. В. Литвинов** // материалы IV междунар. науч.-практ. конф. — Нальчик: КБГУ, 2008. — С. 337–342.

5. Языев, С. Б. Моделирование вязкоупругого поведения жестких полимеров при циклическом изменении температуры / С. Б. Языев, С. Б. Языева, **С. В. Литвинов** //

- Строительство–2009: материалы юбилейной Междунар. науч.-практ. конф. / Рост. гос. строит. ун-т. — Ростов н/Д., 2009. — С. 167.
6. Языев, Б. М. Расчёт на устойчивость стержней из ЭДТ–10 при воздействии температуры и начальной погиби стержня в виде S–образной кривой / Б. М. Языев, И. И. Кулинич, **С. В. Литвинов**, А. М. Кармоков, Б. С. Карамузов, М. М. Ошхунов // Новые полимерные композитные материалы: материалы VIII междунар. науч.-практ. конф., посвящ. 70–летию выдающегося учёного России в области высокомолекуляр. соединений, заслуж. деятеля науки Рос. Федерации и Кабардино–Балкар. республики Микитаева А. К. — Нальчик: КБГУ, 2012. — С. 236–239.
7. **Литвинов, С. В.** Модели равнопрочного толстостенного цилиндра при термосиловых воздействиях / **С. В. Литвинов**, А. С. Чепурненко, А. А. Аваков, С. Б. Языев // Строительство–2014: материалы междунар. науч.-практ. конф. — Ростов н/Д: Рост. гос. строит. ун-т, 2014. — С. 204–205.
8. **Литвинов, С. В.** Равнопрочные и равнонапряжённые конструкции: преимущества и недостатки / **С. В. Литвинов**, А. С. Чепурненко, Л. И. Труш // Строительство–2014: материалы междунар. науч.-практ. конф. — Ростов н/Д: Рост. гос. строит. ун-т, 2014. — С. 189–190.
9. **Литвинов, С. В.** Особенности расчёта бетонных цилиндрических тел под температурным нагружением / **С. В. Литвинов**, Л. И. Труш // Строительство–2015: материалы Междунар. науч.-практ. конф. / Рост. гос. строит. ун-т. — Ростов н/Д., 2015. — С. 115–117.
10. **Литвинов, С. В.** Прогнозирование прочности адгезионного соединения в течение длительного периода времени / **С. В. Литвинов**, Л. И. Труш, Е. Н. Пищереко, А. А. Аваков // материалы XIII междунар. науч.-практ. конф. — Нальчик: КБГУ, 2017. — С. 162–167.
11. Труш, Л. И. Оптимизация решения плоской задачи полимерного цилиндрического тела в термовязкоупругой постановке / Л. И. Труш, **С. В. Литвинов**, Е. Н. Пищереко, А. Е. Дудник // материалы XIII междунар. науч.-практ. конф. — Нальчик: КБГУ, 2017. — С. 246–253.
12. **Литвинов, С. В.** Напряжённо-деформированное состояние тел вращения в вязкоупругой постановке / **С. В. Литвинов**, Л. И. Труш, А. А. Аваков // Строительство и архитектура — 2017: материалы науч.-практ. конф. — Ростов н/Д: ДГТУ, 2017. — С. 186–194.
13. **Литвинов, С. В.** Определение напряженно-деформированного состояния вращающегося полимерного тела / **С. В. Литвинов**, Л. И. Труш, А. А. Савченко, Б. М. Языев // Новые полимерные композиционные материалы. Микитаевские чтения [Текст]: материалы XIV междунар. науч.-практ. конф. — Нальчик: КБГУ, 2018. — С. 112–117.
14. Лесняк, Л. И. Моделирование остаточных напряжений в полимерном цилиндре, возникающих от вращения и остывания исходного материала / Л. И. Лесняк, Б. М. Языев, **С. В. Литвинов** // Новые полимерные композиционные материалы. Микитаевские чтения: Материалы XVI Междунар. науч.-практ. конф. / КБГУ. — Нальчик, 2020. — С. 245–250.

Монографии:

1. **Литвинов, С. В.** Моделирование процессов деформирования многослойных цилиндрических тел при термомеханических нагрузках: монография / **С. В. Литвинов**, С. Б. Языев. — Ростов н/Д.: Рост. гос. строит. ун-т, 2009. — 96 с.
2. Языев, С. Б. Устойчивость полимерных стержней в условиях вязкоупругости: монография / С. Б. Языев, Л. Н. Панасюк, **С. В. Литвинов**, Г. М. Данилова–Волковская, Е. Х. Аминева. — Ростов н/Д.: Рост. гос. строит. ун-т, 2009. — 81 с.
3. Клименко, Е. С. Устойчивость сжатых неоднородных стержней с учётом физической нелинейности материала: монография / Е. С. Клименко, Е. Х. Аминева, **С. В. Литвинов**, С. Б. Языев, И. И. Кулинич. — Ростов н/Д.: Рост. гос. строит. ун-т, 2012. — 77 с.
4. Козельский, Ю. Ф. Влияние физических полей на деформационные свойства железобетонных защитных конструкций: монография / Ю. Ф. Козельский, **С. В. Литвинов**, А. С. Чепурненко, Б. М. Языев. — Ростов н/Д.: Рост. гос. строит. ун-т, 2014. — 123 с.

Авторские свидетельства на программу для ЭВМ:

1. Определение напряжённно-деформированного состояния бетонных тел цилиндрической формы под действием физических полей и механического давления: свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2015611914 / Языев Б. М., **Литвинов С. В.**, Пучков Е. В., Чепурненко А. С.; Рост. гос. строит. ун-т. — № 2014662825; заявл. 11.12.2014; зарег. 09.02.2015.
2. Оптимизация толстостенных цилиндрических и сферических оболочек, испытывающих температурное и силовое воздействие: свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2015611906 / Языев Б. М., **Литвинов С. В.**, Пучков Е. В., Чепурненко А. С.; Рост. гос. строит. ун-т. — № 2014662800; заявл. 10.12.2014; зарег. 09.02.2015.
3. Моделирование адгезионного соединения на нормальный отрыв двух цилиндрических дисков: свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2018616951 / **Литвинов С. В.**, Дудник А. Е., Аваков А. А., Труш Л. И.; Дон. гос. техн. ун-т. — № 2018614101; заявл. 24.04.2018; зарег. 09.06.2018.
4. Расчёт двухслойной армоцементных оболочек на силовые и температурные воздействия в условиях пожара: свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2020619374 / Журтов А. В., **Литвинов С. В.**, Хежев Т. А., Чепурненко А. С., Языев С. Б.; Кабардино-Балкарский гос. ун-т. — № 2020617814; заявл. 27.07.2020; зарег. 17.08.2020.
5. Расчёт остаточных напряжений при производстве изделий, имеющих форму вращения: свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2020660684 / Хаширова С. Ю., Лесняк Л. И. **Литвинов С. В.**, Языев С. Б., Молоканов Г. О., Чепурненко А. С.; Кабардино-Балкарский гос. ун-т. — № 2020617798; заявл. 27.07.2020; зарег. 09.09.2020.