

На правах рукописи

Джанкулаева Мадина Амерхановна

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ И НАПРЯЖЕННО-
ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ В МНОГОСЛОЙНЫХ
ИЗОЛЯЦИЯХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КАБЕЛЕЙ НА ОСНОВЕ
ПВХ-ПЛАСТИКАТОВ**

02.00.06 – высокомолекулярные соединения

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

НАЛЬЧИК – 2016

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова»

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор
Ошхунов Муаед Музафарович.

Официальные оппоненты: **Турусов Роберт Алексеевич,**
доктор физико-математических наук,
профессор, ФГБУН «Институт химической
физики им. Н.Н. Семенова» РАН, главный
научный сотрудник;

Яхьяева Хасайбат Шарабутдиновна,
кандидат физико-математических наук,
кафедра физики ФГБОУ ВО «Дагестанский
государственный аграрный университет
им. М.М. Джамбулатова», доцент.

Ведущая организация: ФГБОУ ВО «Донской государственный
технический университет».

Защита состоится 17 ноября 2016 г. на заседании диссертационного совета Д 212.076.09 при ФГБОУ ВО «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова» по адресу: 360004, г. Нальчик, ул. Чернышевского, 173, главный корпус.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте <http://diser.kbsu.ru/> ФГБОУ ВО «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова»

Автореферат разослан «__» октября 2016 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета

Борукаев Т.А.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. В последнее время наблюдается интенсивное использование изделий из полимерных материалов в машиностроении, текстильной промышленности, сельском хозяйстве, медицине, автомобиле- и судостроении, авиационном, в быту и т.д. Кабельная промышленность также не стала исключением, широко используя полимерные оболочки на основе ПВХ-пластиката для защиты кабелей и проводов от механических повреждений, действий света, влаги и тепловых нагрузок, приводящих к нарушению их долговечности и работоспособности. С каждым годом все более жесткими становятся требования, предъявляемые к их качеству и, особенно, к прочностным характеристикам кабельной продукции.

В связи с этим особый интерес представляет разработка новых универсальных методов исследования напряженно-деформированного состояния (НДС) и температурного поля кабельных покрытий на основе ПВХ-пластиката и создание на базе этих исследований рецептур новых изоляций, более устойчивых к различным внешним механическим и температурным воздействиям и, следовательно, более долговечных в эксплуатации. По указанным выше причинам выбранная тема диссертационных исследований является весьма актуальной.

Основная цель работы – моделирование температурного поля и напряженно-деформированного состояния в одно- и многослойных изоляциях электрических кабелей на основе ПВХ-пластикатов с учетом их реальных физико-механических свойств. Анализ указанных характеристик на основе математических моделей позволит разработчикам кабельных сетей на стадии виртуального проектирования наиболее приемлемые свойства ПВХ-слоев, обеспечивающие их долговременное функционирование в процессе эксплуатации, в том числе в экстремальных условиях.

Поставленная цель определила необходимость решения следующих задач:

- анализ конструктивных особенностей и физико-механических свойств наиболее распространенных ПВХ-пластикатов, используемых в кабельной промышленности России;
- проведение комплекса теоретических исследований для изучения термостойкости ПВХ-пластикатов с учетом реальных физико-механических свойств однослойных и трехслойных изоляций;
- разработка новых методов исследования НДС и других свойств ПВХ-пластикатов, связанных с различными условиями их эксплуатации;
- построение математической и на ее основе компьютерной модели многослойных кабельных изоляций из ПВХ-пластикатов для анализа термостойкости, а также изоляций, наиболее устойчивых к температурным и механическим нагрузкам в процессе эксплуатации;
- разработка практических рекомендаций по подбору свойств ПВХ-пластиката на основе численных исследований.

Научная новизна полученных результатов заключается в:

- разработке компьютерных и математических моделей теплопередачи в кабельных слоях, учитывающих реальные свойства ПВХ-пластикатов, в частности, зависимости коэффициентов теплопередачи от температуры, а также изменчивость и анизотропию тепловых свойств ПВХ-пластикатов;
- разработке на основе методов теории упругости и пластичности математических моделей по определению НДС в однослойных и многослойных ПВХ-покрытиях при действии на кабель механических и тепловых нагрузок;
- разработке на базе метода конечных элементов комплекса программ для решения трехмерных задач теплопроводности и задач по определению напряжений и деформаций с учетом указанных выше реальных свойств ПВХ-покрытий;
- разработке алгоритма и компьютерной программы по анализу статистических данных, которые имеют наименьшую дисперсию, т.е. наилучшим образом аппроксимируют экспериментальные данные, связанные с определением физико-механических свойств ПВХ-пластикатов;
- выработке научно-практических рекомендаций по увеличению долговечности и работоспособности кабельной продукции на стадии виртуального проектирования.

Практическая и теоретическая значимость работы заключаются в:

- разработке программно-алгоритмической модели по анализу реальных свойств кабельных покрытий из ПВХ-пластиката в различных условиях эксплуатации (в том числе при действии тепловых и механических нагрузок), позволяющей конструкторам кабельных сетей выбрать наиболее приемлемые их свойства на стадии проектирования;
- выработке практических рекомендаций по подбору теплофизических и физико-механических свойств ПВХ-пластикатов в многослойных кабельных покрытиях, обеспечивающих их оптимальное функционирование в экстремальных условиях;
- разработке компьютерной программы, позволяющей эффективно обработать экспериментальные данные, а также в подборе аналитических зависимостей, имеющих наименьшую дисперсию (отклонение) от опытных данных;
- создании трехмерных компьютерных моделей для однослойных и трехслойных изоляций электрических кабелей на основе ПВХ-пластикатов и анализ НДС и температурного поля с использованием тетраэдральных конечных элементов.

Методология и методы диссертационного исследования. Для расчета температурного поля и НДС одно- и многослойных кабельных изоляций на основе ПВХ-пластикатов использовался метод конечных элементов (МКЭ). Для статистической обработки данных применялся метод наименьших квадратов, а также его модификации.

Положения, выносимые на защиту:

- создание комплекса программ по расчету напряжений и деформаций в одно- и трехслойных кабельных изоляциях на основе ПВХ-пластикатов при действии механических и температурных нагрузок с учетом реальных свойств материала покрытия;
- разработка математической модели и компьютерных программ по расчету теплопередачи в кабельных покрытиях из ПВХ-пластиката с учетом неоднородных свойств коэффициентов теплопроводности в слоях;
- разработка компьютерных программ для 3d-проектирования многослойных систем кабельной ПВХ-изоляции, предназначенных для расчетов НДС и температурных полей методом конечных элементов;
- создание и использование комплекса компьютерных программ по одновременному расчету трехмерного температурного поля и возникающих ввиду этого напряжений и деформаций;
- разработка нового метода по подбору коэффициентов температурного расширения по своду кабельной ПВХ-изоляции, при котором кольцевые напряжения, зависящие от радиуса, испытывают минимальные колебания;
- разработка модифицированного метода наименьших квадратов по нахождению аналитических зависимостей для описания физико-механических свойств ПВХ-изоляции, имеющих наименьшую дисперсию.

Обоснованность и достоверность полученных данных и выводов определяется использованием численных методов анализа математических моделей на базе метода конечных элементов для расчета НДС и теплопроводности, а также применением проверенных на практике моделей для описания теплопередачи и перемещений в деформируемых средах, основанных на законе Гука, законе Дюгамеля-Неймана и т.д.

Апробация работы. Основные результаты работы были представлены на X и XI Международной научно-практической конференции «Новые полимерные композиционные материалы» (Нальчик, 2014 г., 2015 г.), Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Перспектива-2015» (Нальчик, 2015 г.), Всероссийской научной конференции «Алгебра, анализ и смежные вопросы математического моделирования» (Владикавказ, 2015 г.).

Личный вклад автора заключается в непосредственном выполнении основных этапов перечисленных выше работ (создании математических моделей, реализации численных методов, разработке алгоритмов и комплекса программ, анализе полученных результатов, подготовке публикаций и научных докладов). Соавторы публикаций участвовали в обсуждении полученных результатов. Математические модели и численные методы их анализа разрабатывались и обсуждались совместно с научным руководителем профессором Ошхуновым Муаедом Музафаровичем. Практическая значимость

работы и возможные пути их использования при производстве кабельной продукции обсуждались с профессорами Микитаевым Абдулахом Касбулатовичем, Лигидовым Мухамедом Хусеновичем, Борукаевым Тимуром Абдуловичем, а также специалистами ЗАО «Кавказкабель».

Публикации. Содержание диссертации изложено в десяти статьях, из которых три в журналах, рекомендованных ВАК, получено одно свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, выводов, списка использованной литературы. Работа изложена на 121 страницах машинописного текста, содержит 39 рисунков и 22 таблицы, список литературы включает 202 наименования.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность выбранной темы, сформулированы цели и задачи, научная новизна и практическая значимость работы, дана оценка личного вклада автора диссертации при выполнении работы.

В первой главе

- описан процесс получения ПВХ-композиции;
- дан анализ химических и физико-механических свойств ПВХ и его добавок (пластификаторов, стабилизаторов, наполнителей, смазок, пигментов, модификаторов), которые играют важную роль при изготовлении кабельных изоляций;
- приведены основные причины повреждений изоляций из ПВХ-пластиката;
- дан анализ литературы, в которой приводится математическое моделирование различных процессов, протекающих в кабельных системах.

Результаты первой главы были использованы для выбора наиболее подходящих свойств ПВХ-пластикатов, закладываемых как определяющие законы при построении математических моделей, а также для оценки основных механических и тепловых нагрузок, которые являются наиболее опасными с точки зрения разрушения кабельной изоляции в процессе эксплуатации.

Во второй главе описаны методы оценки НДС кабельных покрытий при действии механических и температурных воздействий на основе классических математических моделей механики деформируемого твердого тела, в том числе с учетом реальных физико-механических свойств ПВХ-пластикатов, а также приводится компьютерный анализ НДС при действии механических нагрузок для однослойного и трехслойного ПВХ-покрытий кабелей.

Как известно, напряженно-деформированное состояние представляет собой совокупность внутренних напряжений и деформаций, возникающих при действии на кабельную ПВХ-изоляцию внешних нагрузок, температурных полей и других факторов.

Также известно, что задача определения НДС пространственной конструкции при действии статических нагрузок является краевой задачей

механики деформируемого твердого тела (МДТТ), которая сводится к решению системы классических уравнений теории упругости Коши-Навье, состоящей из дифференциальных уравнений равновесия (уравнений Навье), уравнений, устанавливающих связь между перемещениями и деформациями (уравнения Коши), физических уравнений, определяющих связь между напряжениями и деформациями, и заданных граничных условий.

Такая система полностью определяет НДС трехмерной модели кабельной изоляции на основе ПВХ-пластиков. Однако она весьма неудобна для исследования конкретных задач теории упругости, поэтому из нее исключают все неизвестные, кроме перемещений $u_i = u_i(x_1, x_2, x_3)$, и получают следующую систему дифференциальных уравнений в частных производных (уравнения Ляме)

$$G\Delta u_i + (\lambda + G)\frac{\partial \theta}{\partial x_i} + X_i = 0, \quad i = 1, 2, 3. \quad (1)$$

Здесь

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2};$$

$$\lambda = K - \frac{2}{3}G > 0;$$

$$\theta = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3}.$$

X_i – компоненты вектора объемных (массовых) сил;

u_i – компоненты вектора перемещений;

K, G – константы, характеризующие способность упругой среды сопротивляться всестороннему сжатию и сдвигу (изменению формы);

$$\theta = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33};$$

ε_{ij} – компоненты тензора деформаций.

Для решения системы (1) необходимо задать граничные условия, соответствующие типичным нагрузкам кабельной изоляции. Наиболее приемлемыми для расчета НДС кабельных покрытий являются граничные условия смешанного типа

$$\begin{aligned} u_i &= u_i^0, \quad x \in S_1; \\ \sigma_{ij}n_j &= \sigma_i^0, \quad x \in S_2; \end{aligned} \quad (2)$$

где u_i^0 – заданные перемещения на границе области S_1 ;

n_j – компоненты вектора нормали к граничной поверхности;

σ_{ij} – компоненты тензора напряжений;

σ_i^0 – заданные напряжения на границе области S_2 ;

$i, j = 1, 2, 3$;

x_i – координаты точки в трехмерном пространстве;

$S = S_1 \cup S_2$ – полная поверхность тела.

Таким образом, задача определения НДС сводится к решению задачи (1)-(2), для которой строится подлежащий минимизации функционал вида

$$(u, v, w) = \iiint_V \frac{K\theta^2 + 2Ge_{ij}e_{ij}}{2} dV - \iiint_V (Xu + Yv + Zw) dV - \iint_{S_2} (\sigma_1^0 u + \sigma_2^0 v + \sigma_3^0 w) dS, \quad (3)$$

для которого система уравнений (1) является уравнениями типа Эйлера-Лагранжа. В выражении (3) e_{ij} – девиатор тензора деформаций; σ_i^0 – заданные напряжения на поверхности S_2 ; X, Y, Z – компоненты объемных сил по осям координат соответственно; по повторяющемуся индексу ведется суммирование от 1 до 3.

В качестве средства анализа трехмерного НДС кабельных ПВХ-изоляций использовались численные методы. Одним из самых распространенных в наши дни методов численного решения задач механики сплошных сред является метод конечных элементов (МКЭ), развившийся за последние десятилетия за счет роста производительности вычислительной техники.

Основными преимуществами МКЭ являются возможность использования нерегулярных расчетных сеток, позволяющих моделировать тела сложной геометрической формы с требуемой точностью, учет индивидуальных физико-механических свойств каждого конечного элемента и т.д. Недостатком МКЭ является необходимость использования больших ресурсов ЭВМ для достижения требуемой точности приближенного решения, однако быстрое развитие вычислительной техники делает этот недостаток несущественным.

Дадим краткое описание использованного в диссертации метода. Алгоритм МКЭ заключается в следующем. Область, в которой ищется решение, разбивается на конечное число подобластей (элементов). Тогда функционал (3) может быть представлен как сумма функционалов, построенных на каждой конечной области, занимаемой элементом. Для вычисления значения функционала в каждом элементе задают аппроксимирующую функцию (как правило, это полином), равную нулю вне этого элемента и выражающую значения неизвестного решения через значения решения в узлах сетки конечных элементов.

Внутри тетраэдрального элемента неизвестные функции u, v, w задаются в виде полинома первой степени

$$\begin{cases} u = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 z, \\ v = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y + \beta_4 z, \\ w = \gamma_1 + \gamma_2 x + \gamma_3 y + \gamma_4 z. \end{cases} \quad (4)$$

Неизвестные константы $\alpha_1, \dots, \alpha_4, \beta_1, \dots, \beta_4, \gamma_1, \dots, \gamma_4$ можно определить из решения систем алгебраических уравнений

$$\begin{cases} u_i = \alpha_1 + \alpha_2 x_i + \alpha_3 y_i + \alpha_4 z_i, \\ u_j = \alpha_1 + \alpha_2 x_j + \alpha_3 y_j + \alpha_4 z_j, \\ u_k = \alpha_1 + \alpha_2 x_k + \alpha_3 y_k + \alpha_4 z_k, \\ u_m = \alpha_1 + \alpha_2 x_m + \alpha_3 y_m + \alpha_4 z_m, \end{cases} \begin{cases} v_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \beta_3 y_i + \beta_4 z_i, \\ v_j = \beta_1 + \beta_2 x_j + \beta_3 y_j + \beta_4 z_j, \\ v_k = \beta_1 + \beta_2 x_k + \beta_3 y_k + \beta_4 z_k, \\ v_m = \beta_1 + \beta_2 x_m + \beta_3 y_m + \beta_4 z_m, \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} w_i = \gamma_1 + \gamma_2 x_i + \gamma_3 y_i + \gamma_4 z_i, \\ w_j = \gamma_1 + \gamma_2 x_j + \gamma_3 y_j + \gamma_4 z_j, \\ w_k = \gamma_1 + \gamma_2 x_k + \gamma_3 y_k + \gamma_4 z_k, \\ w_m = \gamma_1 + \gamma_2 x_m + \gamma_3 y_m + \gamma_4 z_m. \end{cases}$$

Здесь $(x_i, y_i, z_i), (x_j, y_j, z_j), (x_k, y_k, z_k), (x_m, y_m, z_m)$ – координаты вершин тетраэдра (рис. 1), $(u_i, v_i, w_i), (u_j, v_j, w_j), (u_k, v_k, w_k), (u_m, v_m, w_m)$ – значения неизвестного решения в узлах i, j, k, m (вершинах тетраэдра).

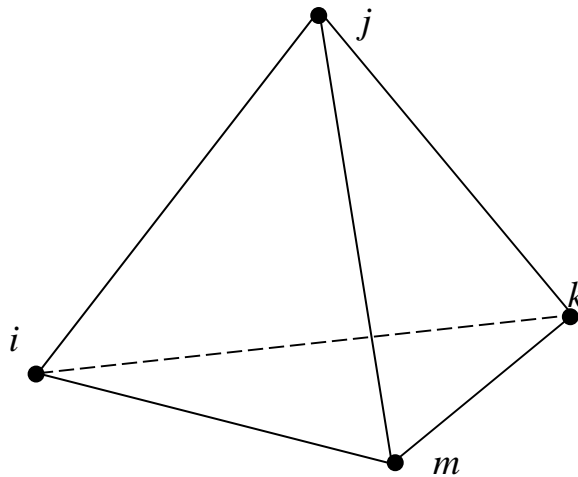


Рис. 1. Разбиение трехмерной области тетраэдральными конечными элементами

Из формул (5) следует, что определитель системы пропорционален объему конечного элемента и при разбиении области тетраэдр не должен быть «вырожденным» (точки i, j, k, m не должны располагаться по одной плоскости). Заметим, что дискретизация области производится автоматически с использованием специальной программы, однако исследователю можно вмешиваться в этот процесс.

МКЭ лежит в основе подавляющего большинства современных инженерных программных комплексов, предназначенных для выполнения расчетов конструкций на ЭВМ. Использование современных программных пакетов для расчета НДС методом конечных элементов позволяет учесть практически все факторы, оказывающие воздействие на кабельную изоляцию. В

данной диссертационной работе использовался программный комплекс «Solid Works», предназначенный для 3d-проектирования изделий и конструкций любой сложности и различного назначения.

При построении конечно-элементных моделей одно- и трехслойные кабельные ПВХ-покрытия были заменены эквивалентными цилиндрическими конструкциями, параметры которых приведены в таблицах 1 и 2. Эти параметры подбирались из литературы, описывающей механические и теплофизические свойства кабельной продукции из ПВХ-пластикатов.

Таблица 1. Параметры однослойной изоляции кабеля

Свойство	Единицы измерения	Значение
Сечение жилы	мм ²	16
Номинальная толщина ПВХ изоляции	мм	0,9
Модуль упругости	$\cdot 10^9$ Н/м ²	24,1
Коэффициент Пуассона	-	0,3825
Массовая плотность	кг/м ³	1300
Модуль сдвига	$\cdot 10^6$ Н/м ²	866,7
Теплопроводность	Вт/(м·К)	0,147
Удельная теплоемкость	Дж/(кг·К)	1355

Таблица 2. Параметры трехслойной изоляции кабеля

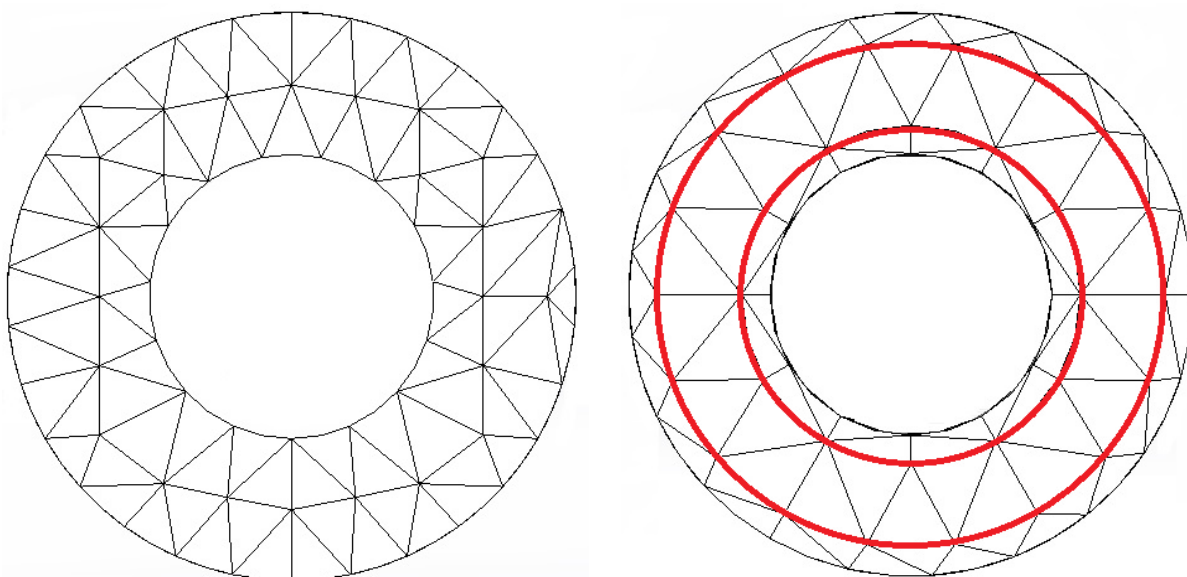
Свойство	Единицы измерения	Значения		
		Внутренний слой	Средний слой	Внешний слой
Модуль упругости	10 ⁶ Н/м ²	6	1350	2700
Коэффициент Пуассона	-	0,3825	0,394	0,471
Коэффициент теплового расширения	10 ⁻⁶ (1/К)	54		
Модуль сдвига	10 ⁶ Н/м ²	866,7		
Массовая плотность	кг/м ³	1300		
Теплопроводность	Вт/(м·К)	0,147		
Удельная теплоемкость	Дж/(кг·К)	1355		

Математическое моделирование изоляционного покрытия электрического кабеля состояло из нескольких этапов:

- 1) создание трехмерной геометрической модели;
- 2) создание на ее основе конечно-элементной модели;
- 3) описание внешних воздействий и граничных условий, вытекающих из возможных в процессе ее эксплуатации механических и тепловых нагрузок;
- 4) расчет и анализ полученных результатов.

Первый этап состоял в создании трехмерных компьютерных геометрических моделей изоляций, причем для трехслойных ПВХ-изоляций электрического кабеля были спроектированы различные соотношения толщин слоев, а именно 1:1:1, 1:2:1, 3:2:1, 1:2:3.

На втором этапе были созданы конечно-элементные модели одно- и трехслойных ПВХ-изоляций (рис. 2), которые являлись основой для расчета напряженно-деформированного состояния. Для этого был использован пространственный тетраэдральный элемент.



а) однослойное покрытие

б) трехслойное покрытие

Рис.2. Сечения трехмерных моделей ПВХ-изоляций с нанесенной сеткой конечных элементов

Применительно к этим объектам была смоделирована ситуация сжатия (в данном примере к внешней границе прикладывалось давление в 500 кПа). В ходе решения методом конечных элементов поставленных задач было установлено, что наиболее приемлемым с точки зрения прочности является кабельная изоляция из ПВХ-пластиката с соотношением толщин слоев 1:2:3. Однако прочностные характеристики однослойной изоляции, как показали расчеты, не сильно отличаются от свойств указанного варианта. В связи с этим была проведена серия численных экспериментов с целью подбора оптимальных физико-механических параметров неоднородной оболочки из ПВХ-пластиката. В частности, было рассмотрено несколько вариантов подбора значений коэффициента Пуассона и модуля упругости. Полученные результаты приведены в виде графиков (рис. 3, 4), значения перемещений – в виде таблицы 3, их сравнительный анализ показал, что наиболее оптимальной конфигурацией является вариант №5, параметры которого приведены в таблице 4.

Таблица 3. Максимальные и минимальные значения перемещений в различных типах ПВХ изоляций

Тип изоляции	Перемещение	
	Макс. значение, мм	Мин. значение, мм
Однослойная изоляция	0,0422	0,00447
Вариант трехслойной изоляции № 1	0,0068	0,00183
Вариант трехслойной изоляции № 2	0,00649	0,00122
Вариант трехслойной изоляции № 3	0,00637	0,00101
Вариант трехслойной изоляции № 4	0,00645	0,00124
Вариант трехслойной изоляции № 5	0,00622	0,000984

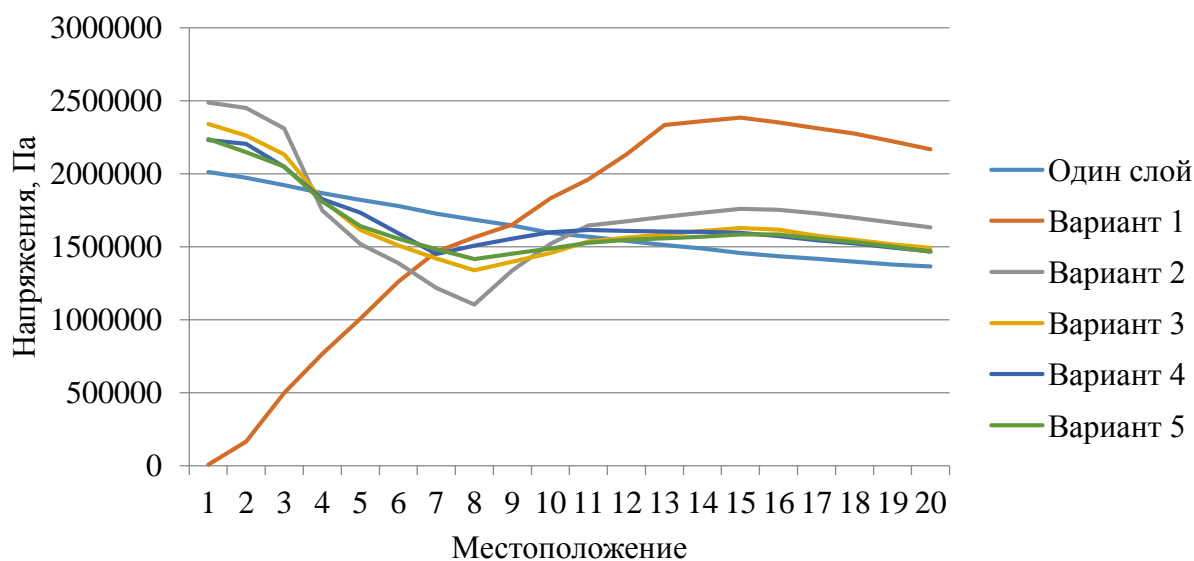


Рис. 3. Графики распределения кольцевых напряжений по направлению от внутреннего радиуса к внешнему

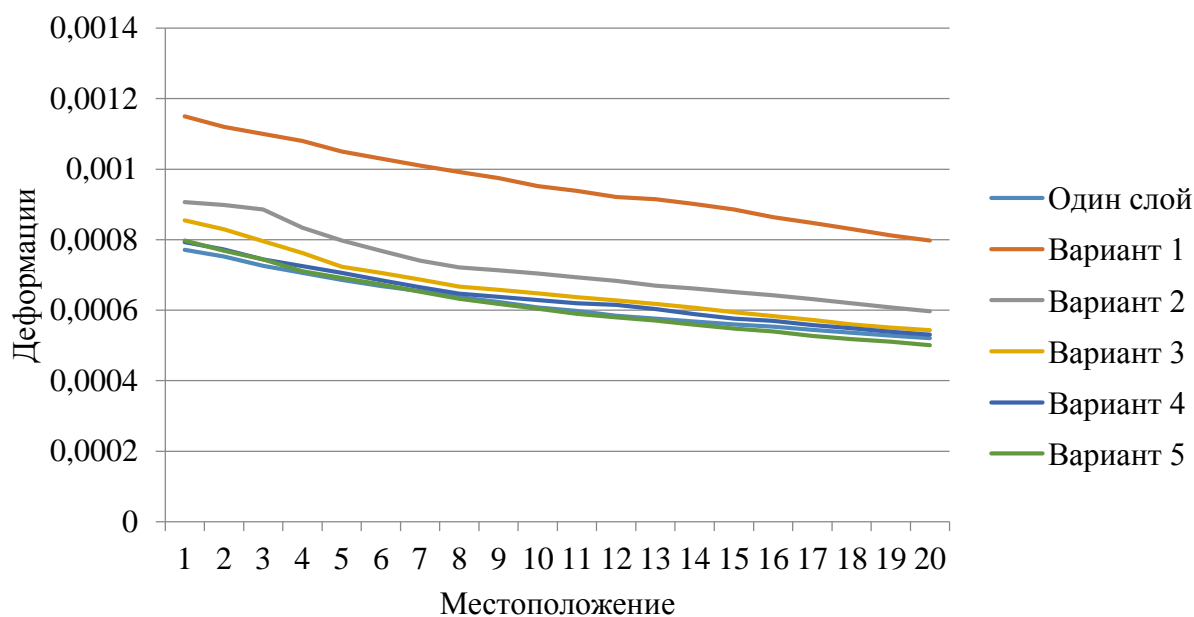


Рис. 4. Графики распределения кольцевых деформаций по направлению от внутреннего радиуса к внешнему

Таблица 4. Физико-механические свойства трехслойной ПВХ-изоляции

Свойство	Единицы измерения	Значения		
		Внутренний слой	Средний слой	Внешний слой
Модуль упругости	10^6 Н/м ²	2700	2050	2700
Коэффициент Пуассона	-	0,427	0,394	0,3825
Коэффициент теплового расширения	10^{-6} (1/К)	54		
Модуль сдвига	10^6 Н/м ²	866,7		
Массовая плотность	кг/м ³	1300		
Теплопроводность	Вт/(м·К)	0,147		
Удельная теплоемкость	Дж/(кг·К)	1355		

Таким образом, проведенные численные эксперименты и анализ расчетов НДС одно- и трехслойных ПВХ-изоляций кабельной продукции показали, что трехслойное полимерное покрытие электрических кабелей более устойчиво к внешним нагрузкам по сравнению с однослойным, а также что разумный выбор характеристик слоев ПВХ-покрытия на этапе виртуального проектирования позволит увеличить срок эксплуатации электрического кабеля.

В третьей главе приведены численные исследования при температурных нагреваниях кабелей, которые могут привести к разрушению цилиндрических покрытий из ПВХ-пластиков. Например, при внутреннем нагреве кабеля от электрического тока возникают напряжения, связанные с большим расширением слоев, близких к внутреннему радиусу по сравнению с внешними областями, т.к. внутренние слои давят на соседние, которые имеют меньшую температуру и, естественно, меньшее расширение. Сказанное относится к материалам с постоянным коэффициентом теплового расширения. Если попытаться подобрать во внутренней части изоляции из ПВХ-пластиката среду с меньшим коэффициентом теплового расширения, чем в наружной области, то указанное выше давление «внутренних слоев» ослабнет, и слой оболочки от тепловой нагрузки будет напряжен по всему своду почти равномерно. Это, естественно, продлит работоспособность кабельной изоляции, подверженной тепловому воздействию от металлического сердечника, по которому идет электрический ток.

Заметим, что наиболее значительными, а, следовательно, более опасными (как и в случае действия внутреннего давления) являются кольцевые напряжения $\sigma_{\theta\theta}$, которые могут вызвать разрушение изоляции.

Известно, что кольцевое напряжение $\sigma_{\theta\theta}$, возникающее под действием заданного температурного поля $T = T(r)$, $a \leq r \leq b$, имеет вид

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{E}{r^2} \left(\frac{r^2 + a^2}{b^2 - a^2} \int_a^b \alpha T dr + \int_a^r \alpha T dr - \alpha T r^2 \right). \quad (6)$$

Здесь E – модуль Юнга изоляции, α – коэффициент теплового расширения.

Как отмечалось выше, вопрос состоит в том, чтобы выбрать такой закон изменения $\alpha(r)$ при заданной функции $T(r)$, чтобы $\frac{d\sigma_{\theta\theta}}{dr} = 0$. Это означает, что в этом случае кольцевые напряжения по своду кабеля будут постоянными и такой слой будет более долговечным в процессе эксплуатации.

Если провести операции дифференцирования по формуле (6), то задача, очевидно, сведется к решению интегро-дифференциального уравнения относительно функции $\alpha = \alpha(r)$. Такой путь является достаточно сложным и в связи с этим предлагается простой способ выбора зависимости $\alpha = \alpha(r)$ при известном законе $T = T(r)$, который обеспечивает почти равномерное распределение $\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\theta\theta}(r)$, в отличие от случая постоянного значения коэффициента теплового расширения.

Потребуем, чтобы изменения функций $\sigma_{\theta\theta}(r)$ в области $a \leq r \leq b$ подчинялись условию

$$|\sigma_{\theta\theta}(b) - \sigma_{\theta\theta}(a)| \rightarrow \min, \quad (7)$$

т.е. будем минимизировать колебания кольцевых напряжений в точках $r = a$, $r = b$.

Если удастся подобрать соответствующий закон изменения $\alpha = \alpha(r)$ по условию (7), то колебания кольцевых напряжений по своду будут небольшими и такая оболочка из ПВХ-пластика будет более работоспособной и долговечной, чем аналогичная с однородными по коэффициенту теплового расширения свойствами.

Подставляя в формулу (6) значения $r = a$, $r = b$ по критерию (7), получим:

$$\begin{aligned} & |\sigma_{\theta\theta}(b) - \sigma_{\theta\theta}(a)| = \\ & = \left| \left(\frac{E(a^2 + b^2)}{b^2(b^2 - a^2)} - \frac{E(a^2 + b^2)}{a^2(b^2 - a^2)} \right) \int_a^b \alpha T r dr + \frac{E}{b^2} \int_a^b \alpha T r dr + \right. \\ & \left. + \alpha(a)T(a)a^2 - \alpha(b)T(b)b^2 \right| \rightarrow \min. \end{aligned} \quad (8)$$

Проведя вычисления, можно показать, что

$$|\sigma_{\theta\theta}(b) - \sigma_{\theta\theta}(a)| = |\alpha(a)T(a)a^2 - \alpha(b)T(b)b^2|. \quad (9)$$

Потребуем, чтобы

$$\frac{\alpha(a)}{\alpha(b)} = \frac{b^2 T(b)}{a^2 T(a)}. \quad (10)$$

Тогда $|\sigma_{\theta\theta}(b) - \sigma_{\theta\theta}(a)| = 0$, т.е. кольцевые напряжения в точках $r = a$, $r = b$ становятся одинаковыми и их изменения возможно только по толщине свода кабельной ПВХ-изоляции.

Из формулы (10) следует, что в случае внутреннего нагрева ($T(a) = T_0$, $T(b) \approx 0$) коэффициент линейного расширения в окрестности $r = a$ должен быть небольшим, возрастая при $r \rightarrow b$. В случае внешнего нагрева ($T(a) \approx 0$, $T(b) = T_0$), наоборот, коэффициент теплового расширения должен быть почти

нулевым при $r = b$ и расти при $r \rightarrow a$. Наконец, в случае тонких покрытий ($b \approx a$) закон изменения $\alpha(r)$ и $T(r)$ в точках $r = a$, $r = b$ связаны обратным соотношением ($a \approx b$)

$$\frac{\alpha(a)}{\alpha(b)} = \frac{T(b)}{T(a)}. \quad (11)$$

Предложенная методика подбора значений коэффициента теплового расширения по заданному температурному полю $T(r)$, обеспечивающая равенство кольцевых напряжений в точках $r = a$, $r = b$ может быть обобщена на три точки, т.е. можно потребовать, чтобы эти напряжения были одинаковыми, например, в точках $r = a$, $r = \frac{a+b}{2}$, $r = b$. Очевидно, предлагаемый алгоритм при этом остается в силе. Ясно, что при таком выборе коэффициента теплового расширения распределение кольцевых напряжений будет практически более равномерным, чем в случае постоянства указанного параметра. Очевидно также, что указанные рекомендации будут полезны при конструировании многослойных изоляций как на стадии виртуального проектирования, так и в процессе их практической эксплуатации.

Для обоснования достоверности предложенной выше методики дан расчет кольцевых напряжений кабельных изоляций на основе ПВХ-пластикатов при действиях температурного поля по своду покрытия, имитирующего в какой-то степени короткое замыкание в кабельном изделии. В качестве примера рассмотрен силовой кабель с использованием слоя поливинилхлорида в качестве оболочки медных жил и отсутствием соответствующего защитного покрова в виде брони поверх оболочки. Как отмечалось, одной из причин повреждения кабеля может стать перегрузка в электрической сети, приводящая к короткому замыканию. Этот процесс сопровождается значительным возрастанием температуры токопроводящей жилы. Из-за резкого увеличения силы тока и малой длительности самого замыкания выделяющаяся в проводнике тепловая энергия не успевает передаться в окружающую среду и практически полностью идет на нагрев жилы и окружающего покрытия. Естественно, такой кратковременный нагрев проводника может привести к различным аварийным ситуациям.

Для проведения численных экспериментов, максимально приближенных к реальным условиям, были заданы теплофизические свойства 3d-модели (таблица 5).

Таблица 5. Теплофизические свойства однослойной ПВХ-изоляции

Свойство	Единицы измерения	Значение
Модуль упругости	10^6 Н/м ²	2410
Коэффициент Пуассона		0,3825
Модуль сдвига	10^6 Н/м ²	866,7
Массовая плотность	кг/м ³	1300
Коэффициент теплового расширения	10^{-6} (1/К)	70
Теплопроводность	Вт/(м·К)	0,147
Удельная теплоемкость	Дж/(кг·К)	1355

Для проводов и кабелей с пластмассовой изоляцией температура жил, как правило, не должна превышать 65°C , поэтому был смоделирован процесс короткого замыкания, сопровождаемый резким нагревом кабельной изоляции до 70°C при постоянной внешней температуре 20°C .

В процессе решения поставленной задачи методом конечных элементов были получены следующие результаты.

При внутреннем нагреве цилиндра, имитирующего кабельную изоляцию, возникают напряжения, которые вызывают расширение изоляции. Заметим, что при этом их распределение крайне неравномерно (рис. 5).

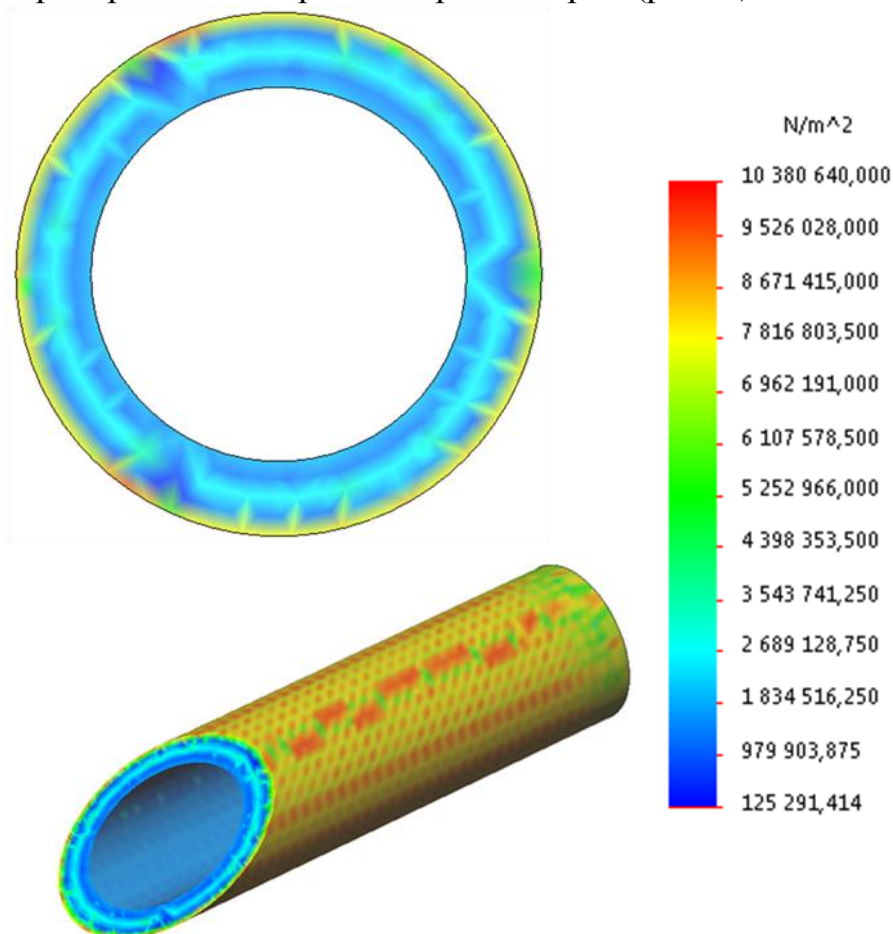


Рис. 5. Распределение кольцевых напряжений в сечении кабельной изоляции, вызванные внутренним температурным нагревом в результате моделирования короткого замыкания

Возникающие в кабеле напряжения вызывают деформацию модели (рис. 6), а именно ее расширение. В результате могут появиться пустоты в изоляции и отслоение ПВХ-пластиката от токопроводящей жилы, что не допустимо с точки зрения эксплуатационных требований.

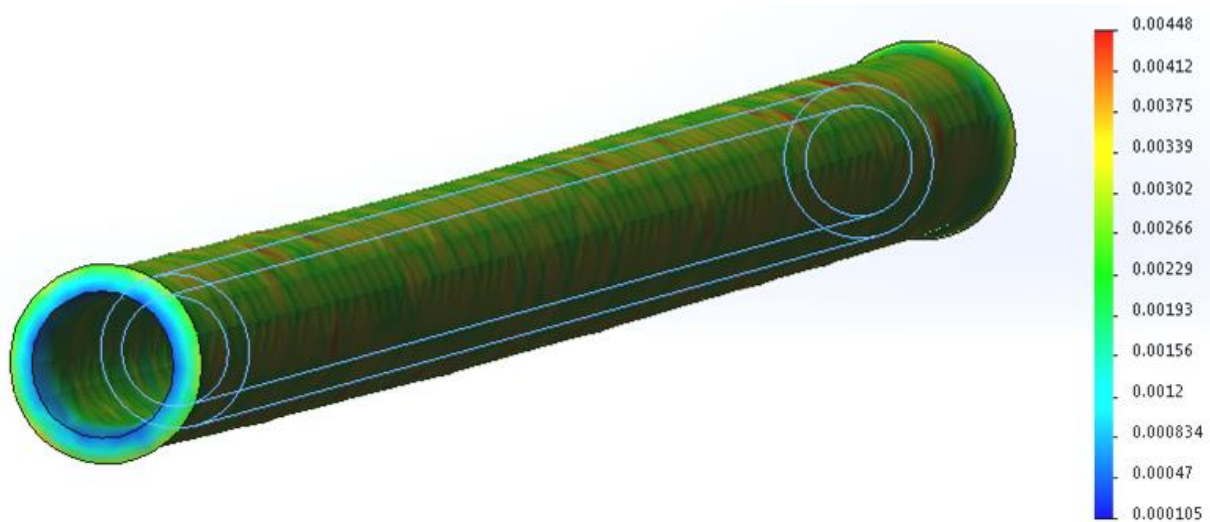


Рис. 6. Виртуальное изображение деформации кабельной изоляции, вызванные внутренним нагревом (первоначальные размеры образца представлены сплошной линией)

Для определения перемещений, вызванных указанными выше деформациями, были рассмотрены их значения в 11 точках (узлах) модели, расположенными в направлении от внутреннего радиуса к внешнему. Для наглядного представления промежутка изменения перемещений построен график (рис. 7), из которого видно, что наибольшие перемещения наблюдаются на внешнем радиусе ПВХ-изоляции.

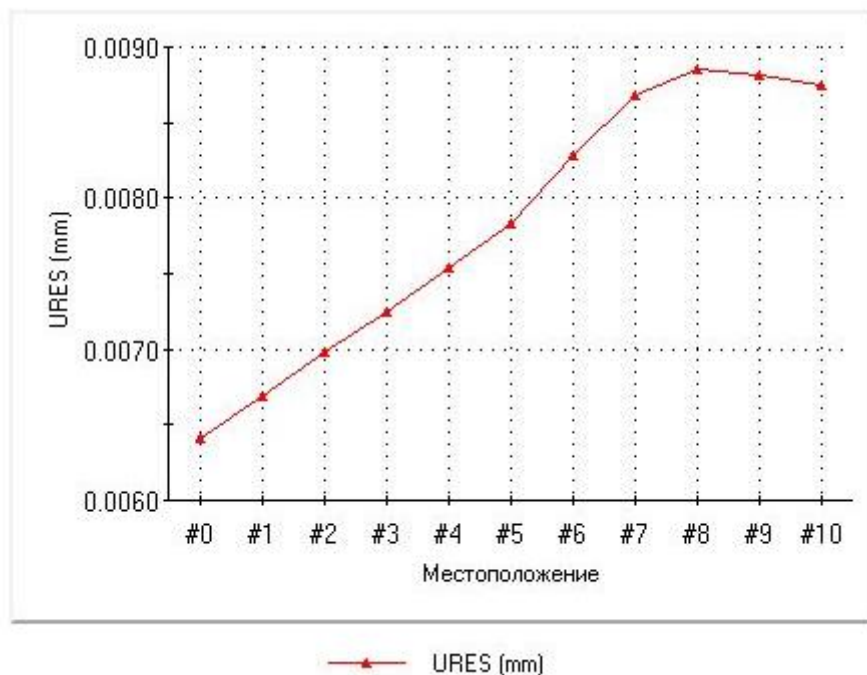


Рис. 7. График распределения перемещений по своду в случае внезапного нагревания внутренней части ПВХ-изоляции

Таким образом, совокупность возникающих в кабельной ПВХ-изоляции напряжений, деформаций и перемещений в результате воздействия высоких

температур с большой долей вероятности могут привести к расслоению кабельной оболочки.

Если должным образом подобрать закон изменения коэффициента теплового расширения по радиусу с соблюдением условия (7), то можно добиться почти равномерного напряжения кабельной изоляции, вызванного тепловым воздействием.

Проведем расчеты для тонкостенной цилиндрической изоляции. Пусть

$$\frac{b}{a} \approx 1, \frac{T(a)}{T(b)} = 2. \text{ Тогда, согласно формуле (11), } \frac{\alpha(a)}{\alpha(b)} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

Таким образом, для цилиндра с параметром $\frac{b}{a} \approx 1$ при $r \rightarrow b$ коэффициент $\alpha(r)$ должен увеличиться примерно в 2 раза. При таком выборе закона изменения коэффициента линейного расширения кольцевые напряжения $\sigma_{\theta\theta}$ по своду будут иметь незначительный перепад и, следовательно, долговечность такого кабельного покрытия будет большей по сравнению с материалом, имеющим однородные свойства.

Для анализа и подтверждения правильности приведенных выше выводов проведен вычислительный эксперимент. Виртуальная модель из предыдущего вычислительного эксперимента была разделена на три слоя. Основные теплофизические свойства заданы, как и у однослойной ПВХ-изоляции, а коэффициент теплового расширения подобран по указанной выше рекомендации.

Разбиение спроектированной конструкции на тетраэдры производится автоматически самим программным комплексом, однако при необходимости можно вмешаться в этот процесс. Таким образом, была создана неравномерная конечно-элементная сетка с уменьшением размера элементов на границах раздела слоев для достижения большей точности расчетов (рис. 8).

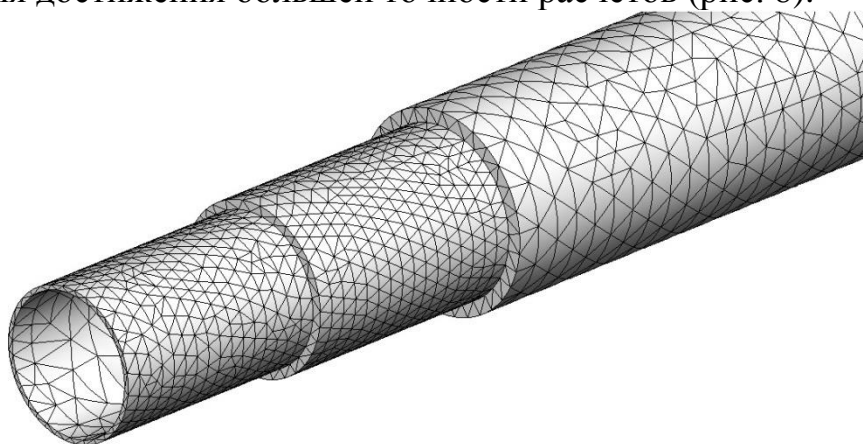


Рис. 8. Неравномерная сетка конечных элементов

Зададим для данной модели те же нагрузки, что и для однослойной, и проведем численный анализ полученных результатов.

Значения напряжений по своду трехслойной кабельной изоляции имеют незначительный перепад (рис. 9) примерно в 3 раза меньше, чем в однослойной оболочке при аналогичных нагрузках.

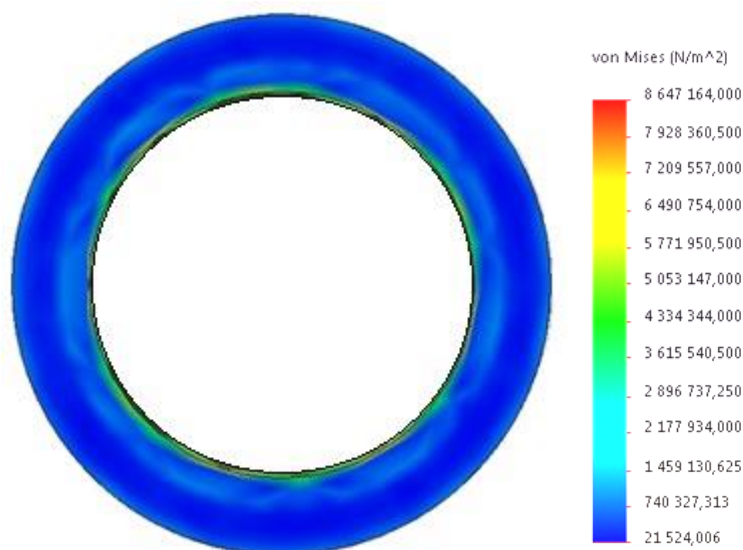


Рис. 9. Распределение напряжений в трехслойной кабельной изоляции, вызванные температурным нагревом в результате моделирования короткого замыкания

Следовательно, и деформации, вызванные таким напряжением приведут к значительно меньшим значениям перемещений слоев изоляции (рис. 10). Заметим, что в однослойной изоляции наблюдается увеличение перемещений в направлении от внутреннего слоя к внешнему, в то время как в трехслойной оболочке происходит их уменьшение в этом же направлении.

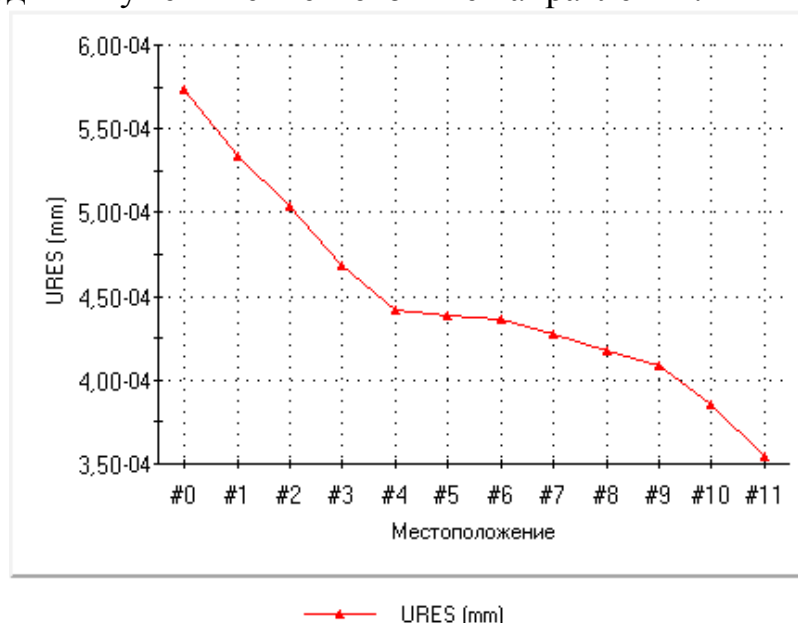


Рис. 10. График распределения перемещений по своду трехслойной кабельной изоляции в случае внезапного нагревания внутренней части ПВХ-изоляции

Кроме того, проведено компьютерное моделирование ПВХ-изоляции с различными соотношениями толщин слоев – 1:1:1, 1:2:1 и 3:2:1. Вычислительные эксперименты и сравнительный анализ полученных результатов определили, что более долговечной и работоспособной будет

кабельная изоляция на основе ПВХ-пластиката с геометрическим соотношением толщин слоев 1:2:1.

Таким образом оптимальный подбор закона изменения коэффициента теплового расширения в ПВХ-изоляциях электрических кабелей позволит избежать возникновения радиальных растягивающих напряжений, которые могут привести к расслоению изоляции.

В четвертой главе изложены новые методы обработки статистических данных по построению определяющих законов по расчету температурного поля и НДС ПВХ-изоляции.

При исследовании свойств ПВХ-пластиков возникает необходимость научно обоснованной обработки экспериментальных данных для того, чтобы описать статистическую закономерность как можно точнее. Другими словами, следует аппроксимировать весь набор экспериментальных данных кусочно-линейными функциями так, чтобы дисперсия (или отклонение) разыскиваемой функции от данных опыта была минимальной. Для решения этой задачи обычно используется описанный выше метод наименьших квадратов, в котором минимизируется сумма квадратов отклонений по оси Oy на плоскости. Рассмотрим другой метод, отличный от классического, который заключается в минимизации суммы квадратов расстояний от данных точек до линейной функции, что уменьшает значение среднеквадратического отклонения, и, кроме того, приводит к неединственности выбора прямой.

Для пояснения вышеизложенных идей рассмотрена следующая задача. Требуется найти кусочно-линейную функцию, которая является оптимальной по группам экспериментальных точек (рис. 11).

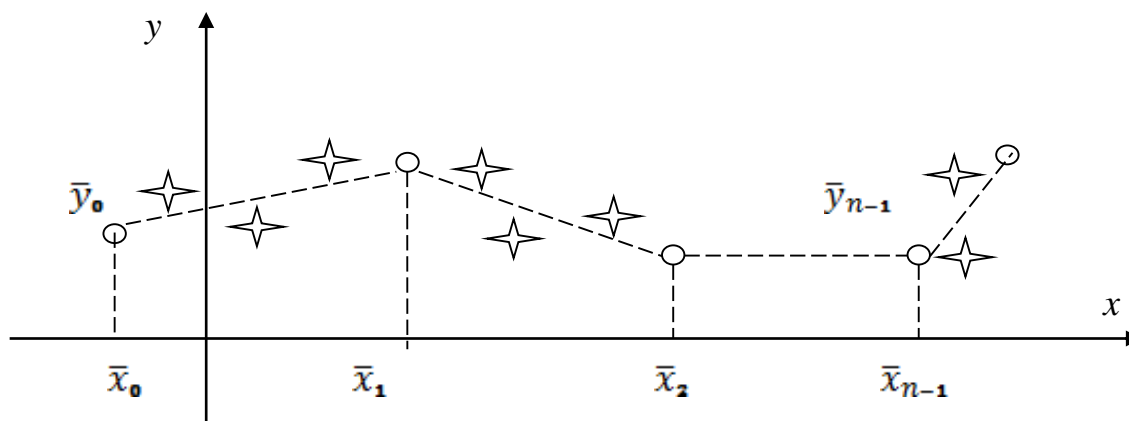


Рис.11. Схема построения участков графика

Здесь через (\bar{x}_i, \bar{y}_i) обозначены координаты границ участков, а сами результаты эксперимента представлены звездочками с координатами (x_i, y_i) , $i = 1, 2, \dots, n$.

Предположим, что начальным результатом эксперимента является точка (\bar{x}_0, \bar{y}_0) . Тогда выбор направления прямой или углового коэффициента определяется из решения уравнения (в случае, когда $\sum \tilde{x}_i \tilde{y}_i \neq 0$)

$$k^2 - \alpha k - 1 = 0, \quad (12)$$

где

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} (\tilde{x}_i^2 - \tilde{y}_i^2)}{\sum_{i=1}^{n_1} \tilde{x}_i \tilde{y}_i},$$

$$\tilde{x}_i = x_i - \bar{x}_0, \quad \tilde{y}_i = y_i - \bar{y}_0, \quad (13)$$

$$\bar{x}_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} x_i}{n_1}, \quad \bar{y}_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} y_i}{n_1}.$$

Здесь n_1 – количество точек (звездочек на рис. 11) до точки с абсциссой \bar{x}_1 , т.е. $x_i \leq \bar{x}_1$.

Уравнение (12) выводится из условия минимума суммы квадратов расстояний от точек с координатами (x_i, y_i) , $i = 1 \div n_1$ до прямой вида $y = kx + b$, т.е. из минимума выражения

$$S = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} (kx_i + b - y_i)^2}{k^2 + 1}. \quad (14)$$

Соответствующие решениям уравнения (12) линейные участки графика функции имеют вид

$$y = k_1x + b_1, \quad y = k_2x + b_2, \quad (15)$$

$$b_1 = \bar{y}_0 - k_1\bar{x}_0, \quad b_2 = \bar{y}_0 - k_2\bar{x}_0,$$

где $k_{1,2} = \frac{\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 + 4}}{2}$.

Из вида уравнения (12) следует, что прямые (15) взаимно перпендикулярны и проходят через точку с координатами (\bar{x}_0, \bar{y}_0) .

Вопрос выбора одной из двух оптимальных прямых может быть решен по минимуму суммы квадратов расстояний (14); если

$$S(k_1, b_1) < S(k_2, b_2), \quad (16)$$

то следует выбрать линейный участок вида $y = k_1x + b_1$ и наоборот.

Нетрудно доказать, что среднеквадратическое отклонение при выборе кусочно-линейной функции по минимуму выражения (14) будет меньше, чем по классическому варианту в $\sqrt{k^2 + 1}$ раз. Это значит, что применение нового алгоритма (а не классического) более обосновано в случае больших значений параметра k . В случае, когда статистическая корреляция между двумя величинами слабая, т.е. $|k| \approx 0$, оба подхода приводят к почти одинаковым результатам.

ВЫВОДЫ

На основании проведенных исследований и полученных результатов можно сделать следующие выводы:

1. Разработаны математические и компьютерные модели расчета температурного поля и НДС одно- и многослойных изоляций на основе ПВХ-пластикатов, позволяющие выбрать конструктору кабельных сетей на стадии проектирования оптимальную геометрическую структуру толщин слоев, механические и теплофизические свойства кабельных изоляций.
2. На основании сравнительного анализа полученных результатов проведенных численных экспериментов по расчету напряженно-деформированного состояния ПВХ-изоляций с различными геометрическими соотношениями толщин слоев показано, что при гидростатическом давлении более долговечной и работоспособной будет конструкция кабельной изоляции из ПВХ-пластиката с соотношением толщин слоев 1:2:3.
3. Для указанного геометрического соотношения слоев ПВХ-изоляции при внешнем давлении подобраны физико-механические параметры, уменьшающие уровень НДС в слоях и способствующие продлению срока эксплуатации кабельной системы.
4. Проведенные математические расчеты температурных напряжений в однослойных ПВХ-изоляциях электрических кабелей на основании созданных виртуальных прототипов, имитирующих короткое замыкание в кабельной системе, показали, что наиболее опасные напряжения возникают при больших значениях градиента температурного поля по своду кабельного покрытия.
5. Численный анализ температурных напряжений в многослойных ПВХ-изоляциях электрических кабелей показал, что при разумном выборе закона изменения коэффициента теплового расширения колебания кольцевых напряжений по своду будут незначительными.
6. На основании расчетов НДС ПВХ-изоляций с различными геометрическими соотношениями толщин слоев показано, что более долговечной по прочности в случае внезапного внутреннего нагрева будет кабельная изоляция с соотношением толщин слоев 1:2:1.
7. Разработан алгоритм и на его основе программа по анализу статистических данных, которая уменьшает погрешность при аппроксимации определяющих законов.

**Основные положения диссертации и результаты исследований
изложены в следующих работах**

Публикации в рецензируемых научных журналах:

1. Ошхунов М.М., **Джанкулаева М.А.**, Бечелова А.Р., Темботова М.М. О выборе закона изменения коэффициента линейного расширения в тонкостенных цилиндрах // Известия КБГУ, Нальчик, том IV, №5, 2014, с. 96-98.
2. Ошхунов М.М., Борукаев Т.А., Микитаев А.К., Лигидов М.Х., **Джанкулаева М.А.** Об оптимальном выборе закона изменения коэффициента линейного расширения в полых цилиндрах при нагревании // Материаловедение, Москва, №8, 2014, с. 3-5.
3. Ошхунов М.М., Ошхунова З.М., **Джанкулаева М.А.** Математические методы анализа статистических данных негауссовского типа // Научные ведомости Белгородского государственного университета. – Белгород: НИУ «БелГУ», Вып. 35, 2014, №7 (183), с. 221-224.

Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ:

4. Ошхунов М.М., **Джанкулаева М.А.** Программа для реализации алгоритма линейной регрессии. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015618087 от 30.07.2015 г.

Публикация в зарубежном журнале:

5. **Dzhankulaeva M.A.** Modeling and analysis of stress-strain state in multilayer coatings of electric cables with external loads // Journal of Characterization and Development of Novel Materials. – New York: Nova Science Publishers, V. 7, № 3, 2015, p. 405-411.

Другие публикации:

6. Ошхунов М.М., **Джанкулаева М.А.** О выборе закона изменения коэффициента теплового расширения в полых цилиндрах // Наука, техника и технология XXI века (НТТ-2013): Материалы IV Международной научно-технической конференции. – Нальчик: Каб.-Балк. ун-т, 2013, с. 337-339.
7. Ошхунов М.М., **Джанкулаева М.А.** Об одном методе обработки экспериментальных данных кусочно-линейными функциями // Новые полимерные композиционные материалы: Материалы X Международной научно-практической конференции. – Нальчик: Издательство «Принт Центр», 2014, с. 219-221.
8. **Джанкулаева М.А.** Моделирование и анализ напряженно-деформированного состояния в многослойных покрытиях электрических кабелей при воздействии внешних нагрузок // Новые полимерные композиционные материалы: Материалы X Международной научно-

- практической конференции. – Нальчик: Издательство «Принт Центр», 2014, с. 103-106.
9. **Джанкулаева М.А.** Расчет напряженно-деформированного состояния кабельной системы типа треугольник методом конечных элементов// Перспектива-2015: материалы Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. – Т. IV. – Нальчик: Каб.-Балк.ун-т, 2015, с. 263-266.
10. **Джанкулаева М.А.** О математическом моделировании термоупругих процессов в кабельных покрытиях // Алгебра, анализ и смежные вопросы математического моделирования: тез. докл. Всероссийской научной конференции, Владикавказ, СОГУ, 2015, с. 46-47.
11. **Джанкулаева М.А.** Моделирование температурного поля и напряженно-деформированного состояния в многослойных полимерных изоляциях электрических кабелей // Новые полимерные композиционные материалы: Материалы XI Международной научно-практической конференции. – Нальчик: Издательство «Принт Центр», 2015, с. 102-106.