

На правах рукописи

ДУДНИК Анастасия Евгеньевна

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК
И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ
НАПОРНЫХ ТРУБ ИЗ ПОЛИОЛЕФИНОВ**

02.00.06 — Высокмолекулярные соединения

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание

ученой степени кандидата технических наук

Нальчик — 2016

Работа выполнена на кафедре «Сопротивление материалов» федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Донской государственной технической университет».

Научный руководитель: **Языев Батыр Меретович** — доктор технических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Донской государственной технической университет», декан факультета «Промышленное и гражданское строительство», профессор кафедры «Сопротивление материалов»

Официальные оппоненты: **Яхутлов Мартин Мухамедович** — доктор технических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х. М. Бербекова», научный руководитель Инновационного научно-образовательного центра «Мехатроника и робототехника», профессор кафедры «Технология автоматизированного производства»

Кулинич Иван Игоревич — кандидат технических наук, институт сервиса, туризма и дизайна (филиал) ФГАОУ ВПО «Северо-Кавказский федеральный университет», доцент кафедры «Строительство»

Ведущая организация: ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» (НИУ МГСУ)

Защита состоится «17» ноября 2016 г. в 13.00 часов на заседании диссертационного совета Д.212.076.09 при ФГБОУ ВО «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х. М. Бербекова» по адресу: 360004, г. Нальчик, ул. Чернышевского 173, ауд. 203 (диссертационный зал).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ФГБОУ ВО «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х. М. Бербекова» (<http://diser.kbsu.ru>). Сведения о защите и автореферат диссертации размещены на официальном сайте ВАК Министерства образования и науки РФ <http://vak.ed.gov.ru/>.

Дата рассылки автореферата «___» _____ 2016 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета

БОРУКАЕВ
Тимур Абдулович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. В настоящее время при устройстве инженерных систем зданий и сооружений широко используют сшитые полимеры в качестве трубопроводов холодного, горячего водоснабжения и отопления. Мировое потребление сшитых полимеров для этих целей составляет 55% и продолжает расти. Однако проведенные исследования не учитывают большинства важных особенностей их механического поведения, в частности, упругопластические и реологические свойства материалов, отсутствие адгезии между стальной арматурой и полиэтиленовой матрицей.

Для моделирования механического поведения полимерных труб из полиолефинов необходима разработка новых расчётных схем и математических моделей, описывающих особенности их структуры (схемы армирования), закономерности деформирования используемых материалов, в частности, контактное взаимодействие и нелинейное деформирование арматуры и матрицы, и конструктивные особенности элементов трубопровода.

Таким образом, исследование влияния на прочность и долговечность элементов трубопроводов из термопластических материалов таких факторов, как нелинейное механическое поведение, температура, ползучесть, структура полимерных материалов, а также изменяющиеся во времени нагрузки, является **актуальным**.

Следует отметить, что методы прочностного расчета трубопроводов из гомогенных материалов не применимы для полимерных армированных труб (гетерогенных систем) в виду их структурной неоднородности.

Степень разработанности темы. С середины семидесятых годов трубопроводы из полимерных материалов применяются для транспортировки газов и жидкостей в ФРГ, США, Франции, Великобритании и других странах. Вопросам исследования и расчетов посвящены работы А. Л. Якобсена, В. С. Ромейко, А. Н. Шестопада, А. А. Персиона, J. Hessel и др. Специфика расчётов на прочность трубопроводов из полимеров заключается в необходимости учёта нелинейного их поведения при деформировании и существенной зависимости механические свойств термопластов от температуры. В температурном диапазоне от 0 °С до +95 °С термопласты могут деформироваться упруго до 10–20% [Э. Л. Калинин, М. Б. Саковцев, Е. И. Каменев, Г. Д. Мясников, М. П. Платонов]. Вопросы влияния нелинейности поведения полимеров на напряжённно-деформированное состояние элементов конструкций трубопроводов практически не исследовались.

В трубопроводах из полимерных материалов, используемых для горячего водоснабжения, в интервале нормативных эксплуатационных температур (от 0 °С до +80 °С), прочностные и деформативные параметры термопластов (полиэтилена, полипропилена, поливинилхлорида) изменяются в несколько раз [J. M. Hill, A. M. Milan, R. Ramos, C. P. Pesce, C. A. Martins, Г. М. Бартенев, Д. Ф. Коган, А. А. Аскадский, М. Н. Попов, Турусов Р.А. и др.].

В связи с вышеизложенным важным является не только адекватное описание механических свойств полимеров в температурном диапазоне, но и правильная оценка распределения температуры в элементах конструкций.

Цель диссертационной работы — разработка математических моделей поведения полимерных армированных труб из полиолефинов при различных условиях нагружения с целью прогнозирования их несущей способности с учётом ползучести полимера и циклических температурных воздействий, а также оптимизация их работы на основе решения обратных задач механики полимеров.

Для реализации поставленной цели необходимо решить следующие **задачи**:

1. Проведение сравнительного анализа конструктивных особенностей и условий эксплуатации однослойных и многослойных полимерных труб, определение системы нагрузок и механических характеристик материалов по известным диаграммам ползучести и релаксации напряжений и разработка методики определения релаксационных параметров исследуемых полиолефинов с учетом изменения температуры.

2. Исследование и разработка методики применимости гипотезы о равенстве нулю объёмной компоненты высокоэластических деформаций полимера.

3. Разработка методик расчёта однослойных и многослойных полиэтиленовых и полипропиленовых армированных труб на механические и температурные воздействия с учётом ползучести материала на основе модифицированного уравнения Максвелла-Гуревича.

4. Теоретическое исследование НДС полимерных труб из полиолефинов с учетом термовязкоупругости.

5. Разработка практических рекомендаций по оптимизации работы толстостенных многослойных полимерных труб из полиолефинов на основе создания искусственной неоднородности путем неравномерного нагрева.

Научная новизна:

- разработана методика определения релаксационных констант, входящих в нелинейное уравнение Максвелла-Гуревича на основе кривых релаксации полимеров;
- разработаны методики для расчёта с учётом ползучести и температурных воздействий однослойных и трёхслойных термопластичных труб на основе метода конечных элементов в одномерной и двумерной постановке;
- исследовано влияние переменного теплового режима на напряжённо-деформированное состояние труб из полиолефинов;
- разработан аналитический метод расчёта многослойных термопластичных труб;
- решена обратная задача для толстостенных неоднородных полимерных труб из полиолефинов, испытывающих силовые воздействия и температурные воздействия, на основе обобщённой теории прочности, частными случаями которой являются первая, вторая и третья теории прочности, а также упрощённая теория прочности Мора.

Теоретическая значимость работы заключается в том, что

- проведено исследование ползучести толстостенной цилиндрической полимерной оболочки с учётом наличия объемной деформации ползучести;
- введена величина длительного модуля и длительного коэффициента Пуассона для полимера, подчиняющихся нелинейному уравнению Максвелла-Гуревича;
- исследовано влияние дискретности спектра времён релаксации полимера на напряжённо-деформированное состояние трёхслойной полипропиленовой композиции.

Практическое значение работы.

- установлены зависимости модуля упругости, модуля высокоэластичности, начальной релаксационной вязкости и модуля скорости от температуры для полиолефинов;
- определены релаксационные константы первичного и вторичного полипропилена при комнатной температуре;
- в результате теоретического исследования НДС многослойных полипропиленовых композиций выявлено существенное перераспределение напря-

жений между полимерными слоями и армирующим алюминиевым слоем в процессе ползучести, что необходимо учитывать при определении предельного давления, действующего на трубу;

— разработанный автором аналитический метод расчета многослойных труб из полиолефинов позволяет определить их НДС как в начале, так и в конце процесса ползучести, не прибегая к численным методам.

Методы исследования. Исследование производилось при помощи аналитических и численных методов. Численное моделирование НДС полимерных труб выполнялось при помощи метода конечных элементов и метода конечных разностей. Вычисления проводились на базе современных ПЭВМ с использованием математического пакета Matlab.

Основные положения, выносимые на защиту:

— методика определения релаксационных констант полимеров с учётом изменения температуры;

— методика численного расчёта однослойных и многослойных термопластичных труб с учётом изменения температуры и ползучести;

— аналитический метод расчёта многослойных полимерных труб из полиолефинов;

— результаты теоретического исследования ползучести трёхслойных и однослойных термопластических труб;

— полученные автором из анализа уравнения Максвелла-Гуревича величины длительного модуля и длительного коэффициента Пуассона;

— решения задач оптимизации для толстостенных полимерных труб из полиолефинов.

Достоверность полученных результатов обеспечивается:

— проверкой выполнения всех граничных условий, дифференциальных и интегральных соотношений;

— сравнением полученных результатов с известными решениями других авторов;

— применением нескольких методов к решению одной задачи с последующим сопоставлением результатов.

Внедрение результатов работы. Результаты работы внедрены в практику проектирования группы компаний «АКСстрой».

Апробация работы. Результаты исследования доложены на двух международных научно-практических конференциях «Строительство» (Ростов-на-

Дону, 2014, 2015 гг.), международной научно-практической конференции, посвященной 95-летию ФГБОУ ВПО «ГГНТУ им. акад. М. Д. Миллионщикова в г. Грозный; научном семинаре кафедры «Сопrotивление материалов» Ростовского государственного строительного университета (Ростов–на–Дону, 2015 г.); международной научно-практической конференции «Новые полимерные композиционные материалы» (г. Нальчик, 2015–2016 гг.).

Структура и объем работы. Работа состоит из введения, четырёх глав, основных выводов, списка использованной литературы и приложений. Изложена на 133 страницах машинописного текста и содержит 51 рисунок и 18 таблиц.

Публикации. Основные положения диссертационной работы опубликованы в 14 печатных работах, из них в ведущих рецензируемых изданиях, входящих в перечень ВАК РФ — 8. Получен 1 патент.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность проблемы и выбор направления исследования, сформулированы цели и задачи, научная новизна, теоретическая значимость, основные положения, приведена краткая аннотация всех глав работы.

В главе 1 рассматриваются факторы, оказывающие влияние на напряжённо-деформированное состояние полимерных трубопроводов, приводятся основные уравнения механики упруго релаксирующих сред, коими являются полимеры, рассматривается методика определения релаксационных констант полимеров с учётом изменения температуры. Приводятся полученные автором зависимости от температуры модуля упругости, модуля высокоэластичности, начальной релаксационной вязкости и модуля скорости для вторичного поливинилхлорида. Также помимо ПВХ автором была выполнена обработка кривых релаксации первичного и вторичного полипропилена (ПП) при комнатной температуре.

В главе 2 приводятся разрешающие уравнения для решения задач термовязкоупругости полимерных цилиндров методом конечных элементов в одномерной и двумерной постановке.

Рассматривается толстостенный цилиндр, находящийся в условиях плоского напряженного состояния (ПНС), испытывающий действие внутреннего давления p_a и внешнего давления p_b (рисунок 1).

Считается, что температура цилиндра, а также модуль упругости и все релаксационные характеристики материала являются функциями от радиуса r и

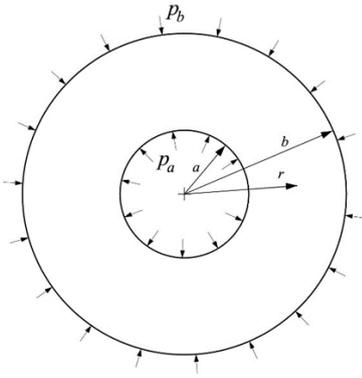


Рисунок 1 — Толстостенный цилиндр под действием внутреннего и внешнего давления

времени t . Используется модель вязкоупругого материала, в соответствии с которой полная деформация представляется в виде суммы упругой деформации, температурной деформации и деформации ползучести ε^* :

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \alpha\Delta T + \varepsilon^*. \quad (1)$$

Связь между напряжениями и деформациями для плоского напряжённого состояния имеет вид:

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E}(\sigma_r - \nu\sigma_\theta) + \varepsilon_r^* + \alpha\Delta T; \quad \varepsilon_\theta = \frac{1}{E}(\sigma_\theta - \nu\sigma_r) + \varepsilon_\theta^* + \alpha\Delta T. \quad (2)$$

Окончательно разрешающее уравнение в напряжениях принимает вид:

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial r^2} + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} \left(\frac{3}{r} - \frac{1}{E} \frac{\partial E}{\partial r} \right) - \sigma_r \left(\frac{1-\nu}{rE} \frac{\partial E}{\partial r} \right) = -\frac{E}{r} \left(\frac{\partial \varepsilon_\theta^*}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} (\alpha\Delta T) + \frac{\varepsilon_\theta^* - \varepsilon_r^*}{r} \right). \quad (3)$$

Граничные условия для уравнения (3) записываются в виде:

$$\sigma_r(a) = -p_a; \quad \sigma_r(b) = -p_b. \quad (4)$$

Разрешающее уравнение (3) через радиальные перемещения имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial u}{\partial r} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{E} \frac{\partial E}{\partial r} \right) + \frac{u}{r} \left(\frac{\nu}{E} \frac{\partial E}{\partial r} - \frac{1}{r} \right) \\ = \frac{1}{E} \frac{\partial}{\partial r} [E(\varepsilon_r^* + \nu\varepsilon_\theta^* + (1+\nu)\alpha\Delta T)] + \frac{\varepsilon_r^* - \varepsilon_\theta^*}{r} (1-\nu). \end{aligned} \quad (5)$$

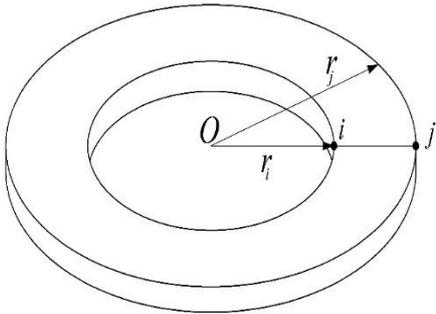


Рисунок 2 – Конечный элемент для плоской осесимметричной задачи

Решение плоской осесимметричной задачи методом конечных разностей для однослойного цилиндра приводится во многих работах. В настоящей работе решение будет выполнено при помощи метода конечных элементов, который позволяет рассчитывать и многослойные цилиндры.

В поставленной задаче использовался одномерный элемент с двумя узлами и одной степенью свободы в узле – перемещением u вдоль радиуса (рисунок 2).

Связь между перемещениями и деформациями в матричном виде имеет вид:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{U\}, \quad (6)$$

где

$$[B] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{r_j - r_i} & \frac{1}{r_j - r_i} \\ \frac{N_i}{r} & \frac{N_j}{r} \end{bmatrix}.$$

Потенциальная энергия деформации элемента записывается в виде:

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_V \{\sigma\}^T \{\varepsilon^{el}\} dV = \frac{1}{2} \int_{r_1}^{r_2} \{\sigma\}^T \{\varepsilon^{el}\} 2\pi r dr, \quad (7)$$

где $\{\varepsilon^{el}\} = \{\varepsilon\} - \{\varepsilon_B\}$ – упругая деформация.

После несложных подстановок и считая, что в пределах элемента вынужденные деформации являются постоянными, потенциальная энергия деформаций имеет вид:

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} (\{U\}^T \int_{r_1}^{r_2} [B]^T [D] [B] 2\pi r dr \{U\} - 2\{U\}^T \int_{r_1}^{r_2} [B]^T [D] 2\pi r dr \{\varepsilon_B\} + \\ & + \int_{r_1}^{r_2} 2\pi r dr \{\varepsilon_B\}^T [D] \{\varepsilon_B\}). \end{aligned} \quad (8)$$

Применяя вариационный принцип Лагранжа, заключающийся в минимизации полной энергии \mathcal{E} , получим:

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \{U\}} = \frac{\partial \Pi}{\partial \{U\}} + \frac{\partial A}{\partial \{U\}} = [K] \{U\} - \{F_B\} - \{F\} = 0, \quad (9)$$

где A — работа внешних сил; $[K]$ — локальная матрица жёсткости; $\{F_B\}$ — вклад вынужденных деформаций в вектор нагрузки; $\{F\}$ — вектор внешних узловых нагрузок.

$$\begin{aligned} [K] &= \int_{r_1}^{r_2} [B]^T [D] [B] 2\pi r dr \approx [\bar{B}]^T [D] [\bar{B}] 2\pi \bar{r} (r_2 - r_1); \\ \{F_B\} &= \int_{r_1}^{r_2} [B]^T [D] 2\pi r dr \{\varepsilon_B\} \approx [\bar{B}]^T [D] 2\pi \bar{r} (r_2 - r_1) \{\varepsilon_B\}, \end{aligned} \quad (10)$$

где $\bar{r} = (r_i + r_j)/2$; $[\bar{B}]$ — матрица, в которой, в отличие от матрицы $[B]$, вместо переменных коэффициентов стоят постоянные, вычисленные при $r = \bar{r}$.

Решению задачи термовязкоупругости предшествовало определение температурного поля. Для этого использовалось уравнение теплопроводности Фурье, которое в случае плоской осесимметричной задачи имеет вид:

$$\lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \rho_0 c \frac{\partial T}{\partial t} - W, \quad (11)$$

где λ — коэффициент теплопроводности; ρ_0 — плотность материала; c — удельная теплоёмкость; W — плотность внутренних источников тепловыделения.

Предполагалось, что внутренние источники тепловыделения отсутствуют, т.е. $W = 0$. Граничные условия для уравнения (11) записываются в виде:

$$T(a) = T_a, \quad T(b) = T_b. \quad (12)$$

Задача теплопроводности решалась при помощи метода конечных элементов.

Решение уравнения (11) с граничными условиями (12) соответствует минимуму следующего функционала:

$$\chi = \int_V \frac{1}{2} \left[\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 + 2 \left(\rho_0 c \frac{\partial T}{\partial t} - W \right) T \right] dV. \quad (13)$$

При $W = 0$ функционал χ для одного элемента переписывается в виде:

$$\begin{aligned} \chi &= \frac{\lambda}{2} \int_V \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 dV + \rho_0 c \int_V \frac{\partial T}{\partial t} T dV = \\ &= 2\pi \left(\frac{\lambda}{2} \int_{r_i}^{r_j} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 r dr + \rho_0 c \int_{r_i}^{r_j} \frac{\partial T}{\partial t} T r dr \right). \end{aligned} \quad (14)$$

После минимизации функционала χ по узловым значениям температуры задача сводится к системе линейных дифференциальных уравнений, имеющей вид:

$$[C] \frac{\partial \{T\}}{\partial t} + [K] \{T\} = 0, \quad (15)$$

где $[K]$ — матрица теплопроводности; $[C]$ — матрица демпфирования.

Локальные матрица теплопроводности и матрица демпфирования запишутся в виде:

$$[K^{(e)}] = \pi \lambda \cdot \frac{r_j + r_i}{r_j - r_i} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

$$[C^{(e)}] = \pi \rho_0 c \frac{r_j - r_i}{6} \begin{bmatrix} 3r_i + r_j & r_i + r_j \\ r_i + r_j & r_i + 3r_j \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Для производной температуры по времени принималась линейная аппроксимация:

$$\frac{\partial \{T\}}{\partial t} = \frac{\{T_t\} - \{T_{t-\Delta t}\}}{\Delta t}, \quad (18)$$

где $\{T_t\}$ — вектор температур в узлах в текущий момент времени t ; $\{T_{t-\Delta t}\}$ — вектор узловых температур в момент времени $t - \Delta t$.

Индекс « t » у вектора $\{T_t\}$ далее будет опущен. С учетом аппроксимации (18) система (17) в момент времени t сведется к системе линейных алгебраических уравнений:

$$\left([K] + \frac{[C]}{\Delta t} \right) \{T\} = \frac{[C]}{\Delta t} \{T_{t-\Delta t}\}. \quad (19)$$

Таким образом, зная распределение температур в толще цилиндра в момент времени t , можно найти распределение температур в момент времени $t + \Delta t$.

Была решена модельная задача для цилиндра из полипропилена, имеющего внутренний радиус $a = 8$ мм и внешний радиус $b = 28$ мм. В качестве уравнения, устанавливающего связь между напряжениями и деформациями ползучести, применялось обобщённое уравнение Максвелла-Гуревича с одним членом спектра.

Задача решалась при коэффициенте температуропроводности $\alpha = \frac{\lambda}{\rho_0 c} = 388$ мм²/ч. На рисунке 3 представлено распределение температуры по радиусу в различные моменты времени.

Температура цилиндра на внешней поверхности была постоянной $T_b = 28$ °С, а на внутренней росла в течение 1.2 часа от 28 °С до 100 °С с постоянной скоростью:

$$T_a = \begin{cases} T_0 + \beta t, & 0 \leq t \leq 1.2 \text{ ч;} \\ 100 \text{ °С,} & t > 1.2 \text{ ч,} \end{cases} \quad (20)$$

где $\beta = 60$ град/ч.

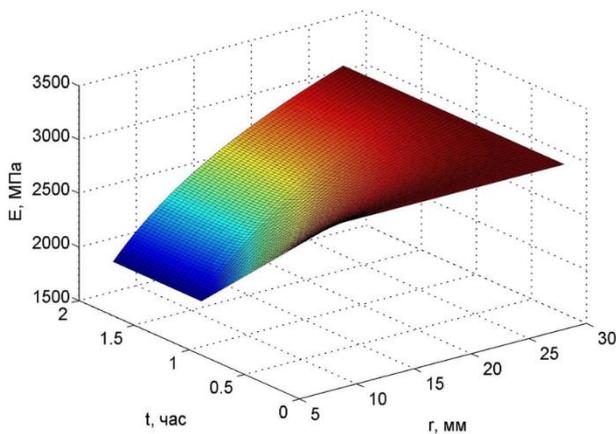


Рисунок 3 – Изменение температуры в зависимости от r и t

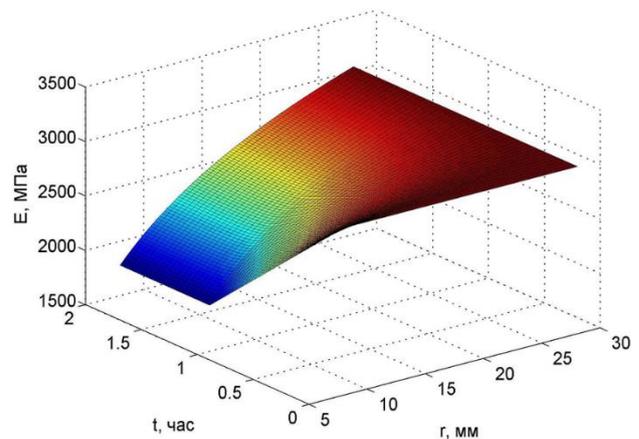


Рисунок 4 – Изменение модуля упругости в зависимости от r и t

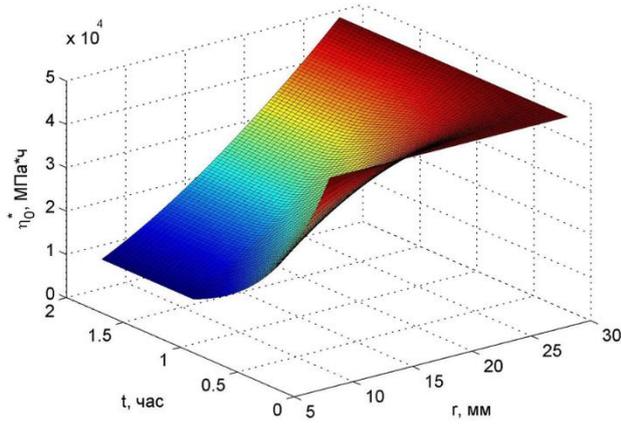


Рисунок 5 – Изменение начальной релаксационной вязкости в зависимости от r и t

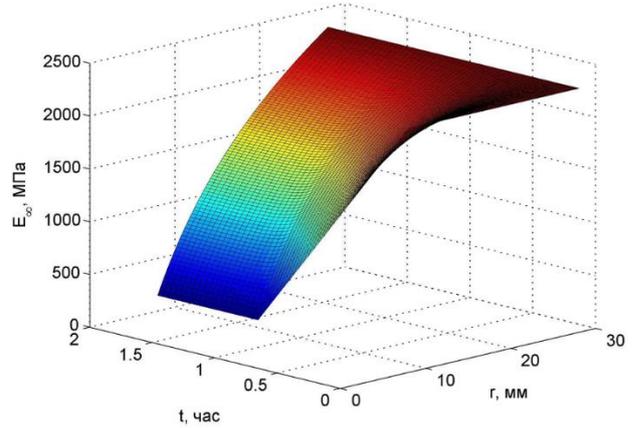


Рисунок 6 – Изменение модуля высокоэластичности в зависимости от r и t

На рисунках 7 и 8 представлены соответственно графики изменения по толщине цилиндра напряжений σ_r и σ_θ в следующие моменты времени: $t = 0.4$ ч (черная кривая), $t = 1.2$ ч (красная кривая) и $t = 13.4$ ч (фиолетовая кривая). Штриховой линии соответствует упругое решение.

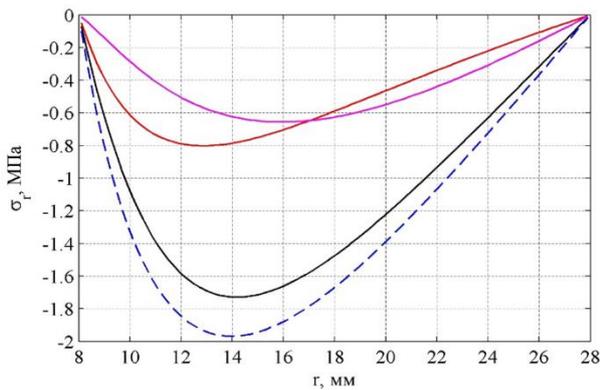


Рисунок 7 – Распределение напряжений σ_r по толщине цилиндра в различные моменты времени

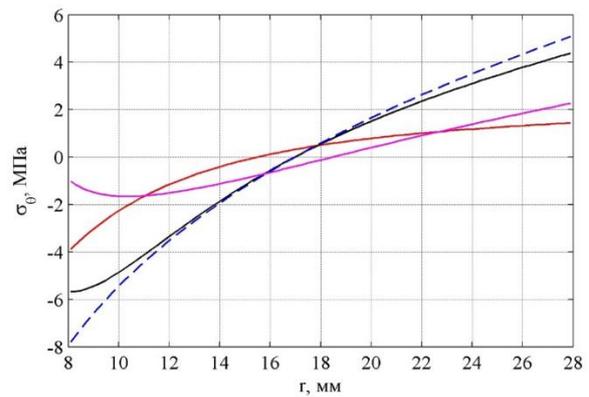


Рисунок 8 – Распределение напряжений σ_θ по толщине цилиндра в различные моменты времени

Из рисунков 7 и 8 видно, что ползучесть материала оказывает существенное влияние на напряжённо-деформированное состояние цилиндра. Как напряжения σ_r , так и напряжения σ_θ по абсолютной величине с течением времени снижаются. Кроме того, меняется и характер кривых распределения радиальных и окружных напряжений по толщине цилиндра. На кривые изменения радиальных напряжений точка экстремума сместилась от внутренней поверхности ближе к середине толщи цилиндра.

В таблице 1 представлено сравнение перемещений у внешней поверхности цилиндра в различные моменты времени, полученных при помощи метода конечных разностей (МКР) и метода конечных элементов при числе интервалов по радиусу $n_r = 50$ и числе шагов по времени $n_t = 20$.

Таблица 1 – Сравнение результатов, полученных при помощи МКР и МКЭ

t, мин		18	36	54	72	90	108	126	144	162
$u \cdot 10^2$, мм	МКР	0.899	2.040	3.181	4.262	4.519	4.533	4.511	4.487	4.466
	МКЭ	0.902	2.046	3.190	4.273	4.528	4.543	4.521	4.497	4.476

Из таблицы 1 видно, что результаты, полученные при помощи двух методов, практически совпадают, что свидетельствует о их достоверности.

В разделе 2.2. рассматривается плоская деформация для полимерной однослойной трубы. Решение приводится в МКЭ.

Обобщение нелинейного уравнения Максвелла на случай трехосного напряженного состояния, выполненное Г. И. Гуревичем, базируется на допущении о равенстве нулю объёмной деформации ползучести $\theta^* = 0$. Помимо этого, используются следующие упрощения:

1. Коэффициент Пуассона для неупругих деформаций: $\nu = 0.5$.
2. Релаксационная вязкость η^* для скоростей роста деформаций ε_r^* , ε_θ^* и ε_z^* одинакова и определяется по максимальной функции напряжений f_{\max}^* .

Полученные уравнения на основе метода конечных элементов позволяют выполнить расчет и без этих упрощений.

Был выполнен расчет полимерного цилиндра при таких же исходных данных, как и ранее. На рисунках 9 и 10 показаны соответственно графики изменения напряжений σ_r и σ_θ в толще цилиндра при $t = 0.4$ ч (черная линия), $t = 1.2$ ч (красная линия) и $t = 13.4$ ч (фиолетовая линия). Синей линией показано упругое решение при $t \geq 1.2$ ч. Штриховым линиям соответствует уточнённое решение без учета равенства нулю объёмной деформации ползучести.

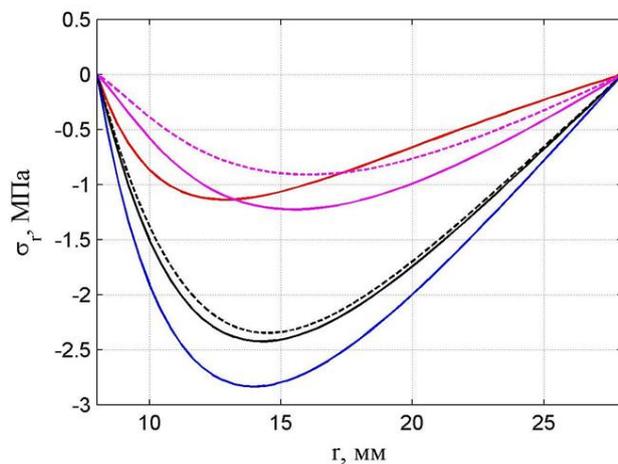


Рисунок 9 – Распределение напряжений σ_r по толщине цилиндра в различные моменты времени

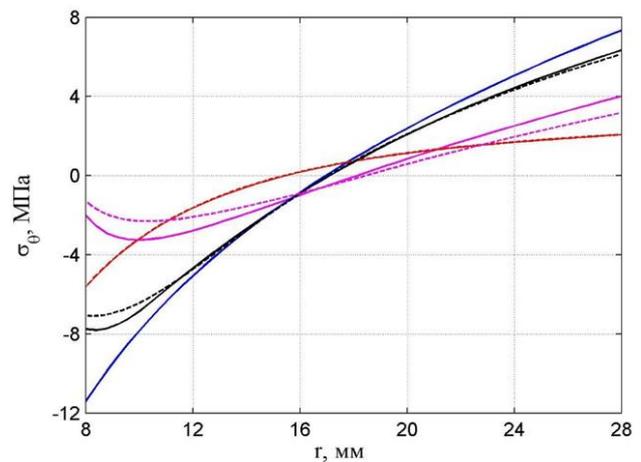


Рисунок 10 – Распределение напряжений σ_θ по толщине цилиндра в различные моменты времени

Представленные графики показывают, что применение гипотезы о равенстве нулю величины θ^* приводит к завышенным значениям напряжений в конце

процесса ползучести. При $t = 13.4$ ч максимальные значения напряжений σ_r отличаются на 35%, а σ_θ – на 27%.

В разделе 2.3 приводятся разрешающие уравнения для многослойных полимерных труб.

В разделе 2.4. рассматривается влияние температурного режима на напряжённо-деформированное состояние трубы из ПВХ.

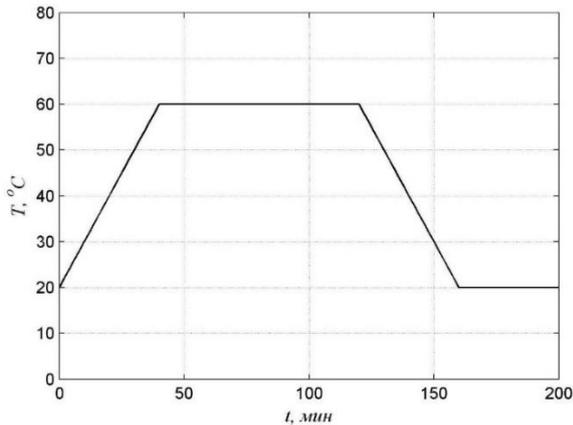


Рисунок 11 — Изменение температуры в зависимости от времени

Рассматривается труба из ПВХ внутренним радиусом $a = 3.8$ мм и толщиной $\delta = 1.2$ мм. На трубу действует внутреннее давление $p = 2.5$ МПа. Предполагается, что в течение 40 мин происходит аварийное повышение температуры с $T_0 = 20$ °C до $T = 60$ °C. Далее температура остается постоянной в течение 80 мин, а затем в течение следующих 40 мин убывает от T до T_0 . Поскольку толщина трубы относительно небольшая, считаем распределение температуры по ее толщине равномерным.

График изменения температуры в зависимости от времени представлен на рисунке 11.

Представляет интерес изменения окружных и осевых напряжений, представленных соответственно на рисунках 12 и 13.

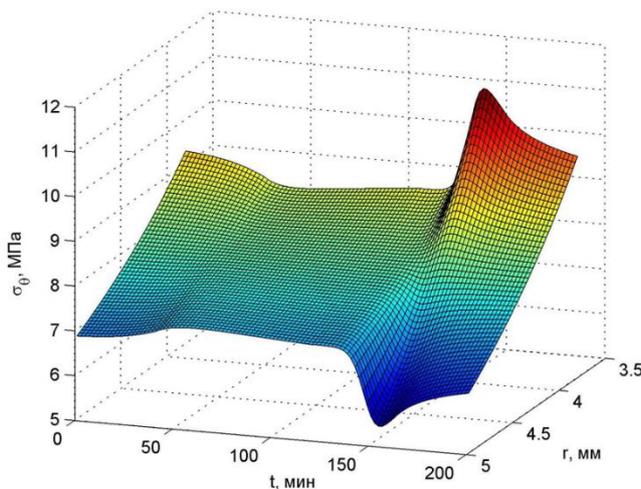


Рисунок 12 — Изменение напряжений σ_θ в зависимости от r и t

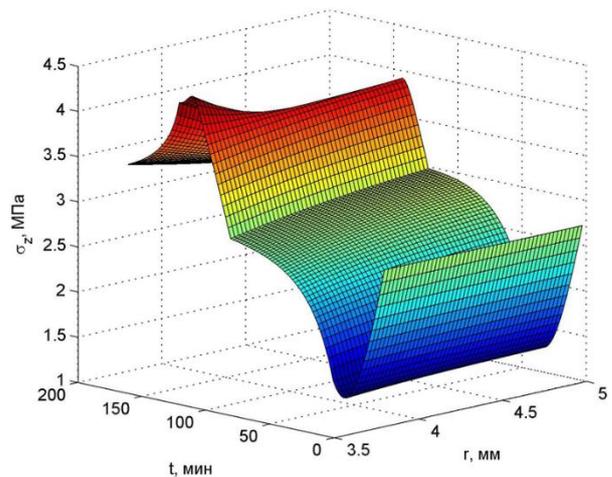


Рисунок 13 — Изменение напряжений σ_z в зависимости от r и t

В начале процесса максимальное значение напряжений σ_θ составляет 9.3 МПа. При нагреве в течение первых 40 мин напряжения σ_θ у внутренней по-

верхности снижаются, далее при постоянной температуре T они остаются примерно постоянными, а затем при охлаждении наблюдается их резкий рост у внутренней поверхности. Максимальное значение, равное 11.3 МПа, напряжения σ_θ принимают при $t = 160$ мин, т.е. в момент, когда прекращается охлаждение. Это значение на 21.5% выше, чем максимум, полученный при решении упругой задачи.

Из представленного графика на рисунке 13 видно, что максимальное значение напряжения σ_z также принимают в момент времени $t = 160$ мин.

В главе 3 рассматриваются задачи для многослойных полимерных труб, в частности бипластмассовые (внутренний слой из полиэтилена и наружная стеклопластиковая оболочка) и трехслойные трубы (крайние слои из полиэтилена и средний армирующий слой из синтетической ленты либо металлических нитей) и т. д.



Рисунок 14 — Труба Soluforce RTP

Из последних разработок по многослойным полимерным трубам стоит отметить трубу Soluforce RTP, имеющую три слоя. Внутренний слой выполнен из полиэтилена (ПЭ 100), средний слой — армирующая лента, а в качестве внешнего покрытия выступает белый полиэтилен (ПЭ 100), характеризующийся высокой стойкостью к ультрафиолетовым лучам (рисунок 14).

Расчет в упругой стадии не в полной мере отражает все аспекты напряжённо-деформированного состояния полимерных материалов. Для полиэтилена высокой плотности характерна явная выраженная ползучесть, которая проявляется даже при обычных эксплуатационных воздействиях.

Полученные в главе 2 уравнения метода конечных элементов позволяют рассчитывать с учётом ползучести как однослойные, так и многослойные толстостенные трубы.

В разделе 3.1 приводится решение задачи ползучести трехслойной трубы в одномерной постановке при следующих исходных данных: внутренний диаметр $d_1 = 100$ мм, толщина внутреннего слоя из ПЭВП $\delta_1 = 7$ мм, толщина среднего слоя из армирующей ленты $\delta_2 = 3.5$ мм, толщина наружного слоя из ПЭВП $\delta_3 = 3.5$ мм. Модуль упругости среднего слоя $E_{cp} = 10^4$ МПа. Внутреннее давление

принималось равным 6.5 МПа. Расчет велся с учетом одного члена спектра времен релаксации полимера.

На рисунке 15 показан график изменения напряжений σ_θ во внутреннем слое в зависимости от времени при $r = 50$ мм. Рисунок 16 — изменение во времени напряжений σ_θ в армирующем слое при $r = 57$ мм. Рисунок 17 — изменение окружных напряжений в наружном слое при $r = 60.5$ мм.

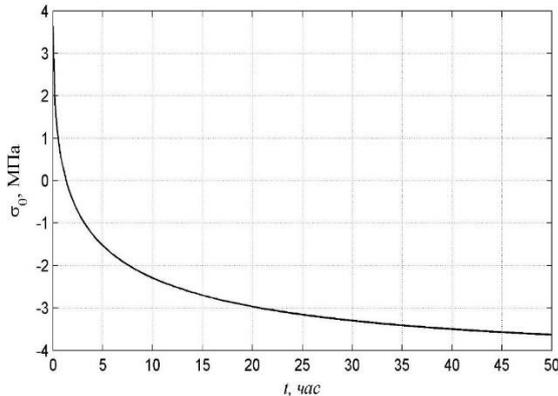


Рисунок 15 — Изменение напряжений σ_θ во внутреннем слое при $r = 50$ мм

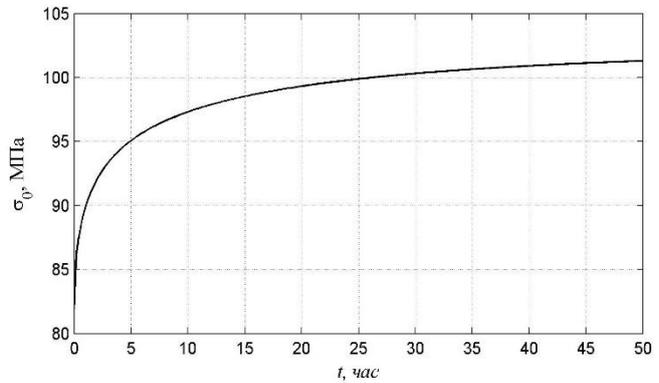


Рисунок 16 — Изменение напряжений σ_θ в армирующем слое при $r = 57$ мм

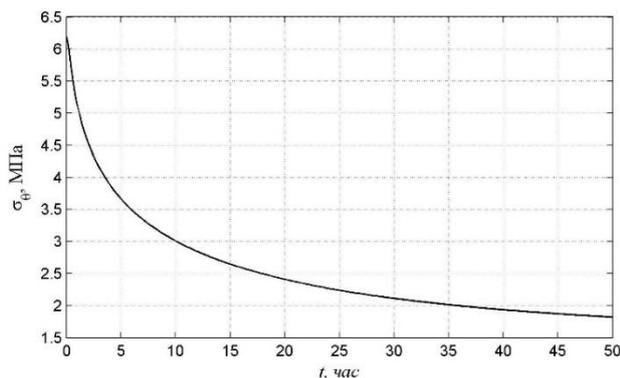


Рисунок 17 — Изменение напряжений σ_θ во внешнем слое при $r = 60.5$ мм

Из рисунков 15–17 видно, что в процессе ползучести происходит перераспределение напряжений между полимерными слоями и армирующим слоем: напряжения σ_θ в полимерных слоях с течением времени убывают, во внутреннем слое они даже становятся сжимающими, а в армирующем

слое окружные напряжения возрастают. Ползучесть носит затухающий характер.

На внутренней поверхности при $r = r_1$ напряжения σ_θ снизились с 4.33 МПа до –3.8 МПа. В среднем слое напряжения σ_θ при $r = 57$ мм возросли с 81.9 МПа до 102.3 МПа, т.е. на 25%. В наружном слое максимальные напряжения σ_θ снизились с 6.2 МПа до 1.53 МПа.

В разделе 3.2 анализируется уравнение Максвелла-Гуревича при $t \rightarrow \infty$, считая что ползучесть носит затухающий характер. В конце процесса ползучести должны быть равны нулю скорости роста всех составляющих высокоэластических деформаций ε_r^* , ε_θ^* , ε_z^* .

Из этого следует, что должны быть равны нулю все функции напряжений $f_{r,s}^*$, $f_{\theta,s}^*$, $f_{z,s}^*$. Согласно вышесказанному, можно найти предельные величины составляющих спектра:

$$\varepsilon_{r,s}^* = \frac{1}{E_{\infty,s}} \left(\sigma_r - \frac{\sigma_{\theta}}{2} - \frac{\sigma_z}{2} \right); \quad \varepsilon_{\theta,s}^* = \frac{1}{E_{\infty,s}} \left(\sigma_{\theta} - \frac{\sigma_r}{2} - \frac{\sigma_z}{2} \right); \quad \varepsilon_{z,s}^* = \frac{1}{E_{\infty,s}} \left(\sigma_z - \frac{\sigma_{\theta}}{2} - \frac{\sigma_r}{2} \right). \quad (21)$$

Подставив уравнение (21) в уравнение Дюгамеля-Неймана с учётом высокоэластических деформаций, при отсутствии температурных деформаций получим следующую связь между напряжениями и деформациями в конце процесса ползучести:

$$\varepsilon_r = \alpha^* \sigma_r - \beta^* (\sigma_{\theta} + \sigma_z); \quad \varepsilon_{\theta} = \alpha^* \sigma_{\theta} - \beta^* (\sigma_r + \sigma_z); \quad \varepsilon_z = \alpha^* \sigma_z - \beta^* (\sigma_r + \sigma_{\theta}), \quad (22)$$

$$\text{где } \alpha^* = \frac{1}{E} + \sum_{s=1}^n \frac{1}{E_{\infty,s}}, \quad \beta^* = \frac{\nu}{E} + \frac{1}{2} \sum_{s=1}^n \frac{1}{E_{\infty,s}}.$$

Выражения (22) можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{1}{\tilde{E}} (\sigma_r - \tilde{\nu} (\sigma_{\theta} + \sigma_z)); & \varepsilon_{\theta} &= \frac{1}{\tilde{E}} (\sigma_{\theta} - \tilde{\nu} (\sigma_r + \sigma_z)); \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{\tilde{E}} (\sigma_z - \tilde{\nu} (\sigma_r + \sigma_{\theta})), \end{aligned} \quad (23)$$

$$\text{где } \tilde{E} = \frac{1}{\alpha^*}; \quad \tilde{\nu} = \frac{\beta^*}{\alpha^*}.$$

Из решения задачи Ламе для однородного толстостенного упругого цилиндра следует, что распределение напряжений по его толщине зависит только от величины внутреннего и внешнего радиуса цилиндра, а также от значений давлений на внутренней и внешней поверхности. Из выражений (23) следует, что в конце процесса ползучести распределение напряжений для однородного цилиндра будет таким же, как и в упругой задаче. Этот факт был впервые установлен профессором Р. А. Турусовым.

Величины \tilde{E} и $\tilde{\nu}$ назовем длительным модулем и длительным коэффициентом Пуассона. Значения параметров α^* , β^* , \tilde{E} и $\tilde{\nu}$ при расчёте с учётом одного и двух членов спектра для полиэтилена высокой плотности приведены в таблице 2.

Длительный коэффициент Пуассона при расчёте с учётом одного и двух членов спектра изменяется незначительно — всего на 0,6%, и он близок к коэффициенту Пуассона несжимаемого материала ($\nu = 0.5$). Однако величины длительного модуля \tilde{E} отличаются на 17%.

На рисунках 18 и 19 представлено соответственно распределение по радиусу в конце процесса ползучести перемещений u и напряжений σ_{θ} при расчёте с

учётом одного члена спектра (черные линии) и с учётом двух членов спектра (синие линии).

Таблица 2 — Значения параметров α^* , β^* , \tilde{E} и $\tilde{\nu}$ для ПЭВП

Спектр	α^* , МПа ⁻¹	β^* , МПа ⁻¹	\tilde{E} , МПа	$\tilde{\nu}$
С учетом одного члена спектра	0,00716	0,00349	139,6	0,487
С учетом двух членов спектра	0,00595	0,00288	168	0,484

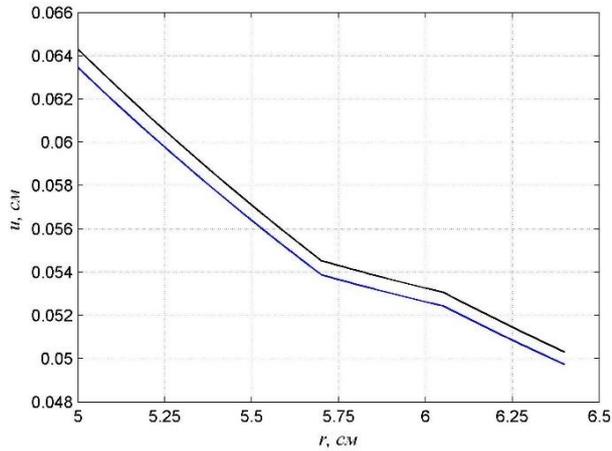


Рисунок 18 — Распределение по радиусу перемещений при $t \rightarrow \infty$ с учетом одного члена спектра (черная линия) и двух членов спектра (синяя линия)

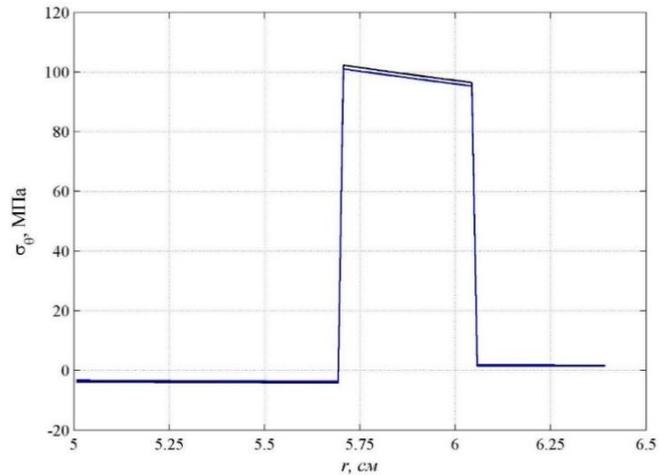


Рисунок 19 — Распределение по радиусу напряжений σ_θ при $t \rightarrow \infty$ с учетом одного члена спектра (черная линия) и двух членов спектра (синяя линия)

Из представленных выше графиков видно, что учёт двух членов спектра существенно не сказывается на результатах, и для практических расчётов достаточно использовать одночленное уравнение.

В разделе 3.3 приводится аналитический расчет многослойных полимерных труб. Каждый из слоев трубы можно рассматривать как нагруженный внутренним давлением p_a и внешним давлением p_b . Для внутреннего слоя в качестве p_a выступает давление p , а в качестве внешнего давления — контактное давление p_{12} между слоями 1 и 2. Для среднего слоя: $p_a = p_{12}$, $p_b = p_{23}$. Для наружного слоя: $p_a = p_{23}$, $p_b = 0$.

Из условия совместности работы слоев должно обеспечиваться равенство перемещений на стыке:

$$u_1(r_2) = u_2(r_2); \quad u_2(r_3) = u_3(r_3). \quad (24)$$

В результате задача сводится к системе из двух уравнений, которые из-за своей громоздкости в автореферате не приводятся. Решая полученную систему, давления на стыке слоев определяются выражениями:

$$p_{12} = \frac{b_1 a_{22}}{a_{11} a_{22} + a_{12} a_{21}}; \quad p_{23} = \frac{a_{21}}{a_{22}} p_{12}. \quad (25)$$

Далее напряжения σ_r и σ_θ можно найти по известным формулам из курса механики твёрдого тела. Напряжения σ_z вычисляются следующим образом:

$$\sigma_z = \nu(\sigma_r + \sigma_\theta) = 2\nu \frac{p_a a^2 - p_b b^2}{b^2 - a^2}. \quad (26)$$

Таким образом, в пределах каждого слоя напряжения σ_z постоянны. Чтобы получить распределение напряжений и перемещений в конце процесса ползучести, нужно заменить мгновенный модуль упругости E и коэффициент Пуассона ν на длительные \tilde{E} и $\tilde{\nu}$.

Представляет интерес исследования, приведенные в разделе 3.4. расчётная схема к задаче представлена на рисунке 20.

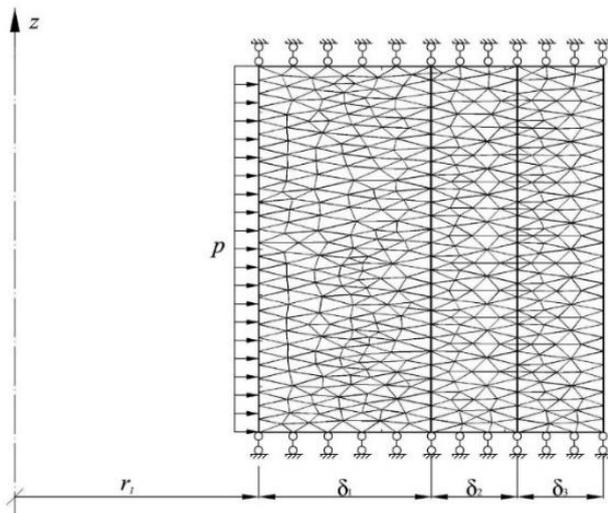


Рисунок 20 — Расчётная схема

Задача решалась с учётом одного члена спектра времен релаксации полимера. При решении использовались уравнения, полученные в главе 2. Вычисления выполнялись в пакете Matlab с использованием библиотеки PDE.

На рисунке 20 нижней поверхности соответствует распределение перемещений u при $t = 0$, а верхней поверхности — при $t = 200$ ч. На

рисунках 21 и 22 синими поверхностями показано распределение напряжений σ_θ при $t = 0$, а чёрными поверхностями — при $t = 200$ ч. Из представленных графиков видно, что перемещения и напряжения являются функциями только от радиуса. Кроме того, рисунки 21 и 22 по своему характеру очень близки к рисункам 18 и 19.

В таблице 3 представлено сравнение перемещений в конце процесса ползучести, полученных в результате аналитического расчета (АР) и с использованием МКЭ.

Таблица 3 — Сравнение перемещений в конце процесса ползучести, полученных аналитическим решением (АР) и при помощи МКЭ

r , см		5	5.175	5.35	5.525	5.7	5.875	6.05	6.225
u , мм	МКЭ	0.6416	0.6149	0.5900	0.5664	0.5441	0.5365	0.5296	0.5154
	АР	0.6430	0.6164	0.5913	0.5676	0.5453	0.5377	0.5307	0.5165

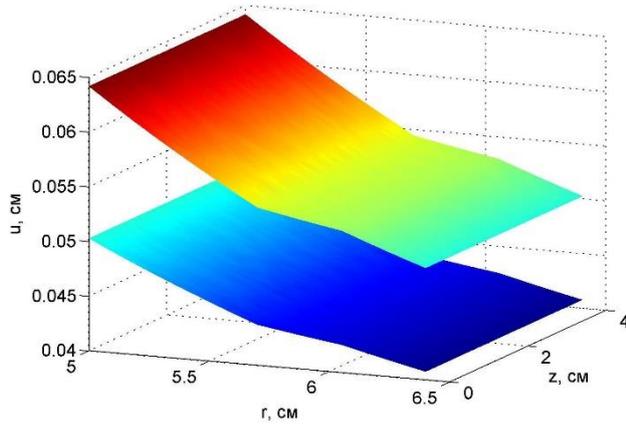


Рисунок 21 — Распределение перемещений u при $t = 0$ и $t = 200$ ч

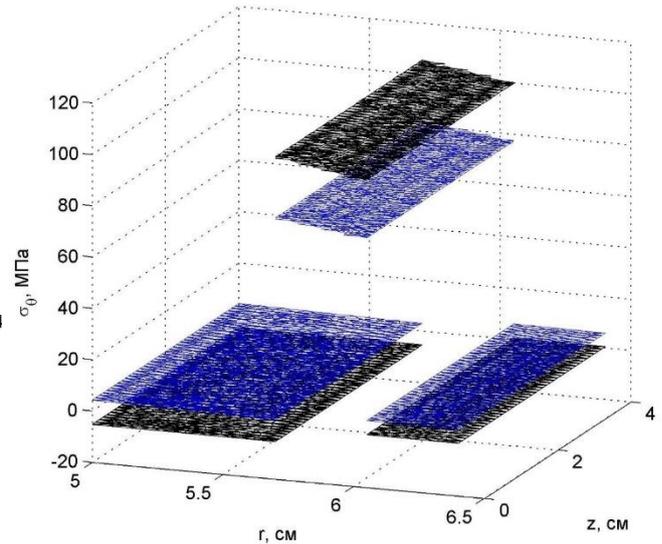


Рисунок 22 — Распределение напряжений σ_θ при $t = 0$ и $t = 200$ ч.

Из таблицы 3 видно, что результаты практически совпадают, что свидетельствует о их достоверности.

В главе 4 рассматриваются обратные задачи и методы их реализации.

Обратный метод является одним из методов оптимизации толстостенных цилиндрических и сферических полимерных оболочек.

Сущность его заключается в нахождении такого закона изменения по толщине конструкции модуля упругости, при котором напряжённо-деформированное состояние оболочки является заданным. Идея обратного метода принадлежит академику РААСН, профессору В. И. Андрееву.

В общем виде эквивалентное напряжение для первых трёх классических теорий прочности, а также для теории прочности Мора можно записать в виде линейной функции от напряжений σ_θ и σ_r :

$$\sigma_{\text{ЭКВ}} = (\sigma_\theta - k_1 \sigma_r) k_2. \quad (27)$$

Значения коэффициентов k_1 и k_2 для каждой из названных выше теорий представлены в таблице 4.

Таблица 4 — Значения коэффициентов k_1 и k_2 для различных теорий прочности

Используемая теория	1-я	2-я		3-я	Теория прочности Мора
		ПНС	ПДС		
k_1	0	ν	$\nu/(1 - \nu)$	1	$[\sigma_p]/[\sigma_c]$
k_2	1	1	$1 - \nu^2$	1	1

Цилиндр будет равнонапряженным, если по всей его толщине эквивалентное напряжение будет постоянным:

$$\sigma_{\text{ЭКВ}} = \text{const} \Rightarrow \frac{d}{dr} [(\sigma_\theta - k_1 \sigma_r) k_2] = 0. \quad (28)$$

Не приводя подробные выкладки и вывода уравнения, приведём окончательно закон изменения модуля Юнга:

$$E(r) = C_0(Br^{k_1-1} + C)^{\frac{A}{B(k_1-1)}} = \\ = C_0 \left(\frac{(p_a - p_b)(m + k_1 - 1)r^{k_1-1} + m(p_b a^{k_1-1} - p_a b^{k_1-1})}{b^{k_1-1} - a^{k_1-1}} \right)^{\frac{k_1+1}{k_1-1+m}}, \quad (29)$$

где C_0 — произвольная константа интегрирования.

В разделе 4.2. приведено оптимизация полимерной трубы подверженному силовых и температурных воздействий и определение закона для модуля Юнга, при котором полимерный цилиндр будет равнонапряжённым. Приводится формула для определения температуры при которой полимерная труба будет равнонапряжённой:

$$T_0 = \frac{2C_1 \ln(b/a)}{k\alpha E} = \frac{2(p_a - p_b)}{k\alpha E}. \quad (30)$$

Таким образом, неравномерный нагрев цилиндра может выступать в качестве еще одного способа создания равнонапряжённого состояния.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итоги выполненного исследования:

1. Разработана методика определения релаксационных констант, входящих в нелинейное уравнение Максвелла-Гуревича, с учётом изменения температуры по кривым релаксации напряжений. Получены зависимости от температуры модуля упругости, модуля высокоэластичности, модуля скорости, а также начальной релаксационной вязкости для вторичного поливинилхлорида. Для первичного и вторичного полипропилена путём обработки кривых релаксации напряжений получены значения релаксационных констант при комнатной температуре. Установлено, что линейное уравнение Максвелла-Томпсона неудовлетворительно описывает процесс релаксации поливинилхлорида и полипропилена.

2. Получены разрешающие уравнения для решения задач термовязкоупругости однослойных и многослойных полимерных цилиндров методом конечных элементов в одномерной и двумерной постановке.

3. Исследован случай плоского напряженного состояния и плоской деформации толстостенного цилиндра из ЭДТ-10 с учетом изменения температуры и ползучести. Проведён анализ применимости гипотезы о равенстве нулю объёмной деформации ползучести. Установлено, что применение данной гипотезы

приводит к завышенным (до 35%) значениям напряжений в конце процесса ползучести.

4. Исследовано влияние переменного теплового режима на НДС трубы из поливинилхлорида. Установлено, что при нестационарном тепловом режиме могут возникать напряжения существенно выше, чем при стационарном температурном поле. Объясняется это тем, что у полимеров имеется составляющая деформации, по фазе отстающая от напряжений (высокоэластическая деформация).

5. Исследовано напряжённо-деформированное состояние трехслойной полимерной трубы с учетом вязкоупругости. Установлено, что в процессе ползучести происходит перераспределение напряжений между полимерными слоями и внутренним армирующим слоем: напряжения в слоях из полиэтилена высокой плотности с течением времени убывают, а в армирующем слое возрастают на 25%.

6. Проведён анализ уравнения Максвелла-Гуревича при $t \rightarrow \infty$, и в результате получена связь между напряжениями и деформациями в конце процесса ползучести. Введена величина длительного модуля и длительного коэффициента Пуассона.

7. Разработан аналитический метод расчета многослойных труб, базирующийся на решении задачи Ламе. Выполнено сравнение результатов численного решения в одномерной и двумерной постановке с аналитическим решением. Решены задачи оптимизации толстостенных цилиндрических оболочек, испытывающих действие силовых и температурных нагрузок на основе обобщенной теории прочности, включающей в себя как частные случаи первую, вторую и третью теорию прочности, а также упрощенную теорию прочности Мора.

СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ АВТОРОМ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Основные положения диссертации и результаты исследований изложены в следующих работах:

— в 8-ми публикациях в рецензируемых изданиях, входящих в перечень ведущих периодических изданий ВАК РФ:

1. Дудник, А. Е. Нестационарная задача теплопроводности для электрического кабеля с ПВХ изоляцией [Текст] / А. Е. Дудник, А. С. Чепурненко, С. В. Литвинов // Науч.-техн. вестн. Поволжья. — 2015. — № 6. — С. 49–51.

2. Дудник, А. Е. Напряженно-деформированное состояние многослойной полимерной трубы при нелинейной ползучести [Текст] / А. Е. Дудник, Б. М. Языев, А. С. Чепурненко, А. С. Денего // Известия Кабард.-Балкар. госуд. ун-та. — 2016. — Т. VI. — № 1. — С. 37–40.

3. Дудник, А. Е. Определение реологических параметров поливинилхлорида с учетом изменения температуры [Текст] / А. Е. Дудник, А. С. Чепурненко, С. В. Литвинов // Пластические массы. — 2016. — № 1-2. — С. 30–33.

4. Дудник, А. Е. Плоская осесимметричная задача термовязкоупругости для полимерного цилиндра [Электронный ресурс] / А. Е. Дудник, А. С. Чепурненко, Н. И. Никора // Инженер. вестник Дона. — 2015. — № 1, ч. 2. — Режим доступа: <http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1p2y2015/2816>.

5. Дудник, А. Е. Обратная задача для осесимметрично нагруженного толстостенного цилиндра [Текст] / А. Е. Дудник, Н. И. Никора, А. С. Чепурненко // Научное обозрение. — 2015. — № 11. — С. 74–78.

6. Дудник, А. Е. Модель равнонапряженного цилиндра на основе теории прочности мора при силовых и температурных воздействиях [Электронный ресурс] / А. Е. Дудник, А. С. Чепурненко, Н. И. Никора, А. С. Денего // Инженер. вестник Дона. — 2015. — № 2, ч. 2. — Режим доступа: <http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2p2y2015/3064>.

7. Дудник, А. Е. Плоское деформированное состояние полимерного цилиндра в условиях термовязкоупругости [Электронный ресурс] / А. Е. Дудник, А. С. Чепурненко, С. В. Литвинов, А. С. Денего // Инженер вестник Дона. — 2015. — № 2, ч. 2. — Режим доступа: <http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2p2y2015/3063>.

8. Литвинов, С. В. Моделирование термоползучести неоднородного толстостенного цилиндра в осесимметричной постановке [Электронный ресурс] / С. В. Литвинов, Л. И. Труш, А. Е. Дудник // Инженер. вестник Дона. — 2016. — № 2. — Режим доступа: <http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2016/3560>.

— в одном свидетельстве о регистрации программы для ЭВМ:

9. Свидетельство № 2015611914 Российская Федерация. Определение напряжённо-деформированного состояния бетонных тел цилиндрической формы под действием физических полей и механического давления: свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ / Б. М. Языев, А. С. Чепурненко,

А. Е. Дудник, А. А. Савченко; заявитель и правообладатель Гос. образоват. учреждение Ростовский гос. строит. ун-т. № 2016611241; заявл. 17.02.2016; зарег. 13.04.2016. — 1 с.

— в 6-ти других изданиях:

10. **Дудник, А. Е.** Устойчивость полимерного стержня при ползучести с учетом дискретного спектра времен релаксации полимера [Текст] / **А. Е. Дудник**, Н. И. Никора, А. С. Чепурненко, С. Б. Языев / Известия Кабард.-Балкар. госуд. ун-та. — 2015. — Т. V. — № 5. — С. 106–108.

11. Аваков, А. А. Плоское напряженное состояние предварительно напряженного железобетонного цилиндра в условиях ползучести бетона [Текст] / А. А. Аваков, **А. Е. Дудник**, Н. И. Никора, А. С. Чепурненко // Современ. строит. материалы, технологии и конструкции: материалы Междунар. науч.-практ. конф., посвящ. 95-летию ФГБОУ ВПО ГГНТУ им. акад. М. Д. Миллионщикова. — Грозный: Грозненский рабочий, 2015. — Т. 2. — С. 459–463.

12. Аваков, А. А. Устойчивость при ползучести дюралюминиевой арки в условиях высокотемпературного нагрева [Текст] / А. А. Аваков, С. В. Литвинов, Н. И. Никора, **А. Е. Дудник** // Современ. строит. материалы, технологии и конструкции: материалы Междунар. науч.-практ. конф., посвящ. 95-летию ФГБОУ ВПО ГГНТУ им. акад. М. Д. Миллионщикова. — Грозный: Грозненский рабочий, 2015. — Т. 2. — С. 464–470.

13. Аваков, А. А. Влияние нелинейной ползучести на потерю предварительного напряжения в железобетонном цилиндре [Текст] / А. А. Аваков, С. Б. Языев, **А. Е. Дудник**, Н. И. Никора // Современ. строит. материалы, технологии и конструкции: материалы Междунар. науч.-практ. конф., посвящ. 95-летию ФГБОУ ВПО ГГНТУ им. акад. М. Д. Миллионщикова. — Грозный: Грозненский рабочий, 2015. — Т. 2. — С. 471–475.

14. Языев, Б. М. Длительные критические нагрузки при продольно-поперечном изгибе полимерных стержней [Текст] / Б. М. Языев, **А. Е. Дудник** // Строительство–2015: Материалы Междунар. науч.-практ. конф. / Рост. гос. строит. ун-т. — Ростов н/Д., 2015. — С. 119–120.

15. Литвинов, С.В. Напряженно-деформированное состояние многослойных полимерных труб с учетом ползучести материала [Текст] / С. В. Литвинов, Г. М. Данилова-Волковская, **А. Е. Дудник**, А. С. Чепурненко // Современ. наука и инновации. — 2015. — № 3 (11). — С. 71–78.