

На правах рукописи

Савченко Андрей Андреевич

**МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ
И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПРОЧНОСТНЫХ
ХАРАКТЕРИСТИК ПЛАСТИН ИЗ ПОЛИМЕРНЫХ И
КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ**

02.00.06 — Высокомолекулярные соединения

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание

ученой степени кандидата физико-математических наук

Ростов-на-Дону — 2018

Работа выполнена на кафедре «Соппротивление материалов» федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Донской государственной технической университет».

Научный руководитель:	Языев Батыр Меретович — доктор технических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Донской государственной технической университет», профессор кафедры «Соппротивление материалов»
Официальные оппоненты:	Калабин Александр Леонидович — доктор физико-математических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Тверской государственной технической университет», заведующий кафедрой «Программное обеспечение вычислительной техники» Яхьяева Хасайбат Шарабутдиновна — кандидат физико-математических наук, доцент, ФГБОУ ВО «Дагестанский государственный аграрный университет им. М. М. Джамбулатова», доцент кафедры физики
Ведущая организация:	ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» (НИУ МГСУ)

Защита состоится «15» ноября 2018 г. в 10-00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.076.09 при ФГБОУ ВО «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х. М. Бербекова» по адресу: 360004, г. Нальчик, ул. Чернышевского, 173, ауд. 203 (главный корпус КБГУ).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ФГБОУ ВО «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х. М. Бербекова» (<http://diser.kbsu.ru>). Сведения о защите и автореферат диссертации размещены на официальном сайте ВАК Министерства образования и науки РФ (<http://vak.ed.gov.ru>).

Отзывы на автореферат просим направлять по адресу: 360004, г. Нальчик, ул. Чернышевского, 173, КБГУ, ученому секретарю диссертационного совета Д 212.076.09 (e-mail: i_dolbin@mail.ru)

Дата рассылки автореферата «12» октября 2018 г.

Учёный секретарь
диссертационного совета

Игорь Викторович Долбин

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации. В настоящее время полимерные тонкостенные конструкции находят все более широкое применение в таких отраслях, как строительство, автомобилестроение, кораблестроение, авиастроение и др. Полимерные композиционные материалы сочетают в себе высокую несущую способность, легкость и экономичность. Эти свойства в полной мере реализуются в конструкциях в виде пластин и оболочек.

Для всех полимерных материалов характерно развитие деформаций во времени при постоянных нагрузках (явление ползучести, обусловленное высокоэластическими деформациями). Ползучесть полимеров оказывает двойственное влияние на напряженно-деформированное состояние (НДС) и длительную прочность изделий и конструкций из полимерных композиционных материалов. К негативным эффектам ползучести относится значительный рост перемещений полимерных конструкций и их элементов во времени. Реология может положительно влиять на НДС полимерных элементов, так как при постоянных деформациях происходит релаксация напряжений. В композиционных материалах возможно перераспределение напряжений между полимерной матрицей и армирующими элементами.

Прогнозирование поведения конструкций из полимерных материалов и их элементов во времени, в том числе явления ползучести, является актуальной задачей, которой посвящено большое количество работ отечественных и зарубежных ученых.

Степень изученности проблемы. Общая теория ползучести и ее приложения расчету тонкостенных конструкций рассматривались Ю.Н. Работновым, Л.М. Качановым, И.Г. Терегуловым, А.Р. Ржаницыным и др. Вопросам реологического расчета полимерных пластин и оболочек посвящены работы А. Л. Рабиновича, И. И. Гольденבלата, В. И. Климанова, С. А. Тимашева, В. И. Андреева, Б. М. Языева, А. С. Чепурненко, и др. В большинстве работ при решении задач используются строго определенные законы ползучести, как

правило упрощенные и не позволяющие учитывать нелинейную составляющую деформаций ползучести и специфику конкретных полимеров.

Цель диссертационной работы — разработка и совершенствование методики расчета на ползучесть пластин из полимерных и композитных материалов, а также трехслойных пластин с полимерным наполнителем в нелинейной постановке.

Объект исследования: пластины из изотропных полимеров (полиметилметакрилат, вторичный поливинилхлорид, ЭДТ-10), стеклопластиковые пластины (на примере стеклопластика ВПС-48/120), трехслойные сэндвич-панели с пенополиуретановым наполнителем.

Задачи исследования:

- получение универсальных разрешающих уравнений для случая изгиба и плоского напряженного состояния изотропных полимерных пластин;
- теоретическое исследование ползучести полимерных пластин при изгибе и растяжении с учетом концентрации напряжений на примере конструкций из полиметилметакрилата и вторичного поливинилхлорида;
- вывод разрешающих уравнений и разработка универсальной методики расчета на ползучесть пластин из армированных полимеров с учетом анизотропии материала;
- исследование влияния анизотропии упругих и реологических свойств на напряженно-деформированное состояние стеклопластиковых пластин при растяжении и изгибе на примере стеклопластика ВПС-48/120;
- экспериментальное определение реологических констант пенополиуретана из испытаний на сдвиговую ползучесть;
- разработка универсальной методики расчета и теоретическое исследование ползучести трехслойных пластин с полимерным вязкоупругим наполнителем (на примере пенополиуретана).

Научная новизна работы:

- разработана универсальная методика конечно-элементного моделирования ползучести пластин произвольной формы при изгибе и в случае плоского напряженного состояния;
- исследовано явление концентрации напряжений при растяжении полимерной полосы с отверстием с учетом нелинейной ползучести на примере полиметилметакрилата;
- в результате экспериментального исследования определены упругие и реологические параметры пенополиуретана при сдвиговой ползучести;
- исследована нелинейная ползучесть трехслойных балок и пластин с пенополиуретановым наполнителем с использованием уравнения Максвелла-Гуревича, а также уравнения Максвелла-Томпсона.

Теоретическая значимость работы:

- в результате теоретического исследования ползучести полимерных изотропных пластин на примере полиметилметакрилата, поливинилхлорида и ЭДТ-10 установлено, что при изгибе напряжения в пластинах практически не меняются, а в случае плоской задачи в конце процесса ползучести происходит возврат к упругому распределению напряжений;
- для анизотропных пластин на примере стеклопластика марки ВПС-48/120 выявлено перераспределение внутренних усилий и напряжений при ползучести;
- установлено, что нелинейное уравнение Максвелла-Гуревича по сравнению с другими широко используемыми в литературе законами ползучести более точно описывает кривые сдвиговой ползучести пенополиуретана;
- в результате теоретического исследования ползучести трехслойных пластин с пенополиуретановым наполнителем установлено, что напряжения и деформации в обшивках и наполнителе по нелинейной теории, в отличие от линейной, изменяются во времени.

Практическое значение работы: разработан универсальный пакет прикладных программ в среде Matlab для расчета однослойных и трехслойных пластин, позволяющий использовать произвольные законы ползучести.

Методы исследования. Исследования базируются на современных методах теории упругости, пластичности и ползучести. Используется численное моделирование на основе метода конечных разностей и метода конечных элементов. Вычисления проводились на базе современных ПЭВМ с использованием математического пакета MatLab. Выполнялось сравнение результатов с решением в программном комплексе ЛИРА-САПР.

Внедрение результатов работы. Разработанный пакет прикладных программ в среде Matlab внедрен в группу компаний АКССстрой (г. Аксай).

Основные положения, выносимые на защиту:

- основные разрешающие уравнения и методики расчета полимерных и композитных пластин с учетом нелинейной ползучести;
- результаты теоретического исследования ползучести полимерных пластин на основе полиметилметакрилата, вторичного поливинилхлорида при растяжении и изгибе;
- методика и результаты обработки кривых ползучести пенополиуретана при сдвиге;
- основные разрешающие уравнения и методики расчета с учетом ползучести трехслойных балок и пластин с полимерным наполнителем;
- результаты теоретического исследования напряженно-деформированного состояния трехслойных балок и пластин с пенополиуретановым наполнителем при ползучести.

Достоверность результатов обеспечивается: проверкой выполнения всех граничных условий, дифференциальных и интегральных соотношений; сравнением полученных результатов с известными решениями других авторов; сравнением результатов с решениями в МКЭ комплексах; применением нескольких методов к решению одной задачи с последующим сопоставлением результатов.

Апробация работы. Результаты исследования докладывались на международных научно-практических конференциях ICMTMTE 2017 (г. Севастополь), «Пром-Инжиниринг – 2016» (г. Челябинск), научно-практической конференции «Строительство и архитектура – 2017» (г. Ростов-на-Дону), XIV Международной научно-практической конференции «Новые полимерные композиционные материалы. Микитаевские чтения» (г. Нальчик, 2018).

Публикации. Основные положения диссертационной работы опубликованы в 12 печатных работах, из них в ведущих рецензируемых изданиях, определенных ВАК РФ — 5, в изданиях, индексируемых в международных реферативных базах Scopus / Web of Science — 3. Получено авторское свидетельство на программу для ЭВМ.

Структура и объем диссертации. Работа состоит из введения, четырех глав, основных выводов, списка использованной литературы и приложений. Изложена на 145 страницах машинописного текста и содержит 65 рисунков и 4 таблицы.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность проблемы и выбранного направления исследования, сформулированы цели и основные положения, дана краткая аннотация всех глав работы.

В главе 1 приведен обзор областей применения полимерных пластин и оболочек в строительстве, рассмотрено современное состояние вопроса в области расчета, а также изложены основные теории ползучести полимерных материалов.

В главе 2 рассматриваются вопросы расчета с учетом ползучести полимерных изотропных пластин. При решении задач изгиба пластин в основу положена теория Кирхгофа-Лява.

Связь между деформациями и напряжениями с учетом ползучести для изотропного полимера записывается в виде:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y) + \varepsilon_x^*; \quad \varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x) + \varepsilon_y^*; \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} + \gamma_{xy}^*, \quad (1)$$

где ε_x^* , ε_y^* , γ_{xy}^* – деформации ползучести.

Основное разрешающее уравнение для изотропной полимерной пластины имеет вид:

$$D\nabla^2\nabla^2w = q(x, y) - \left(\frac{\partial^2 M_x^*}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 H^*}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y^*}{\partial y^2} \right), \quad (2)$$

где w – прогиб, $q(x, y)$ – поверхностная нагрузка, $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ – цилиндрическая жесткость, $M_x^* = \frac{E}{1-\nu^2} \int_{-h/2}^{h/2} (\varepsilon_x^* + \nu\varepsilon_y^*) z dz$; $M_y^* = \frac{E}{1-\nu^2} \int_{-h/2}^{h/2} (\varepsilon_y^* + \nu\varepsilon_x^*) z dz$; $H^* = \frac{E}{2(1+\nu)} \int_{-h/2}^{h/2} \gamma_{xy}^* z dz$.

Для шарнирно опертой по контуру пластинки решение может быть выполнено при помощи двойных тригонометрических рядов. Функция прогиба отыскивается в виде:

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} w_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}. \quad (3)$$

Помимо указанного выше метода автором для расчета используется метод конечных элементов. Рассматриваемый конечный элемент представлен на рисунке 1

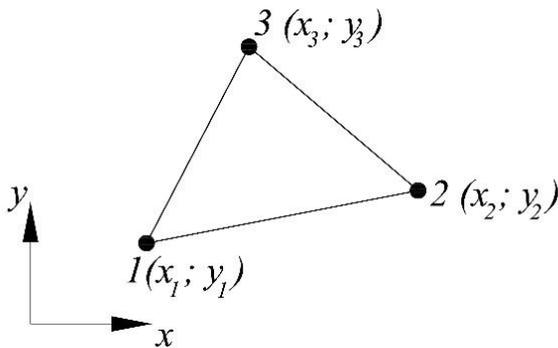


Рисунок 1 – Треугольный КЭ пластины

Система уравнений МКЭ с учетом ползучести имеет вид:

$$[K]\{U\} = \{F\} + \{F^*\}, \quad (4)$$

где $[K]$ – матрица жесткости, $\{F\}$ – вектор внешних узловых нагрузок, $\{F^*\}$ – вклад деформаций ползучести в вектор узловых нагрузок.

Расчет ведется шаговым методом, на первом шаге решается упругая задача, а далее деформации ползучести в момент времени $t + \Delta t$ определяются при помощи метода Эйлера.

Был выполнен расчет прямоугольной шарнирно опертой по контуру пластинки, загруженной равномерно распределенной нагрузкой $q = 2$ кПа,

размерами $a = 0.8$ м, $b = 0.6$ м, толщиной $h = 2$ см. Материал пластинки – вторичный поливинилхлорид, упругие и реологические параметры которого при температуре 20 °С приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Упругие и реологические параметры вторичного поливинилхлорида

Модуль упругости E , МПа	Коэффициент Пуассона ν	Модуль высокоэластичности E_∞ , МПа	Начальная релаксационная вязкость η_0^* , МПа·мин	Модуль скорости m^* , МПа
1480	0.3	5990	$9.06 \cdot 10^5$	12.6

Выбор данного полимера обусловлен тем, что вторичный ПВХ является материалом с достаточно высокими эксплуатационными свойствами. Согласно экспериментальным данным, вторичный ПВХ является более жестким, чем первичный, что касается не только модуля упругости, но и релаксационных свойств. С практической точки зрения это означает, что вторичный материал может использоваться не только для изготовления декоративных облицовочных элементов, но и более жестких конструкций, способных выдерживать существенные напряжения не размягчаясь и не разрушаясь длительное время.

В качестве закона ползучести использовалось нелинейное уравнение Максвелла-Гуревича:

$$\frac{\partial \varepsilon_{ij}^*}{\partial t} = \frac{f_{ij}^*}{\eta^*}, \quad i = x, y, \quad j = x, y,$$

где f_{ij}^* – функция напряжений, η^* – релаксационная вязкость.

$$f_{ij}^* = \frac{3}{2}(\sigma_{ij} - p\delta_{ij}) - E_\infty \varepsilon_{ij}^*, \quad \frac{1}{\eta^*} = \frac{1}{\eta_0^*} \exp\left(\frac{|f_{\max}^*|}{m^*}\right),$$

где $p = (\sigma_x + \sigma_y)/3$ – среднее напряжение, δ_{ij} – символ Кронекера.

Для полимерных пластин, материал которых подчиняется уравнению Максвелла-Гуревича, отношение прогибов при $t \rightarrow \infty$ и $t = 0$ должно быть равно D/D_∞ , где D_∞ – длительная цилиндрическая жесткость, определяемая по формуле:

$$D_{\infty} = \frac{\alpha h^3}{12(\alpha^2 - \beta^2)}, \quad \alpha = \frac{1}{E} + \frac{1}{E_{\infty}}, \quad \beta = \frac{\nu}{E} + \frac{1}{2E_{\infty}}. \quad (5)$$

По результатам численного расчета отношение $w(\infty)/w(0)$ составило 1.2092, что отличается от точного значения на 0.26% и свидетельствует о достоверности полученных уравнений и методики. На рисунке 3 представлены графики изменения во времени наибольших напряжений. Напряжения σ_y выросли на 0.93%, σ_x – на 4.05 %, наибольшие касательные напряжения снизились на 6%.

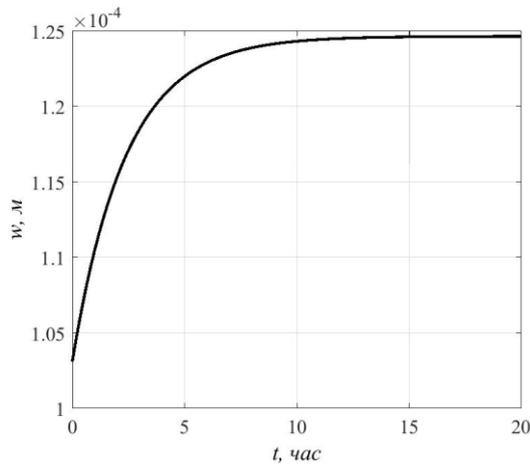


Рисунок 2 – График роста прогиба

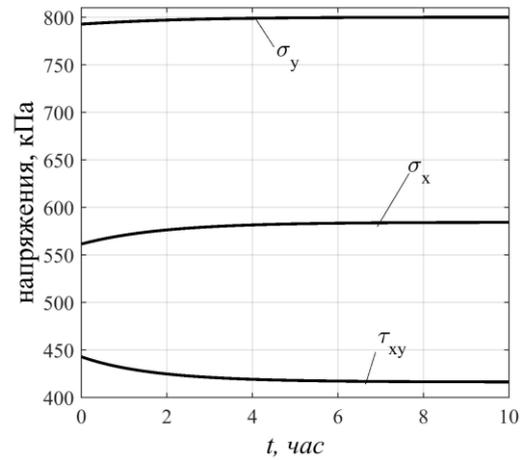


Рисунок 3 – Изменение во времени наибольших напряжений

Причина изменения во времени напряжений состоит в том, что длительный коэффициент Пуассона $\tilde{\nu}$ отличается от мгновенного. Величину $\tilde{\nu}$ можно определить по формуле:

$$\tilde{\nu} = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{2E_{\infty}\nu + E}{2(E + E_{\infty})}. \quad (6)$$

Помимо исследования напряженно-деформированного состояния полимерных пластин при изгибе в главе 2 приводится решение задачи растяжения полосы из оргстекла (ПММА) с отверстием. Данная задача представляет большой практический интерес, поскольку полиметилметакрилат широко используется в светопрозрачных конструкциях, при монтаже которых необходимы отверстия для крепежа.

Упругие и реологические параметры оргстекла марки ТОСП (пластифицированный полиметилметакрилат) при температуре 20 °С приведены в таблице 2.

В силу симметрии рассматривалась только четверть пластинки (рисунок 4). Расчет выполнялся при помощи метода конечных элементов для квадратной пластинки размерами 8x8 см с отверстием радиусом 1 см. Пластинка в направлении x растягивалась нагрузкой $q = 6 \text{ МН/м}^2$.

Таблица 2 – Упругие и реологические параметры оргстекла марки ТОСП

Модуль упругости E , МПа	Коэффициент Пуассона ν	Модуль высокоэластичности E_∞ , МПа	Начальная релаксационная вязкость η_0^* , МПа·с	Модуль скорости m^* , МПа
2940	0.3	2500	10^{10}	4.5

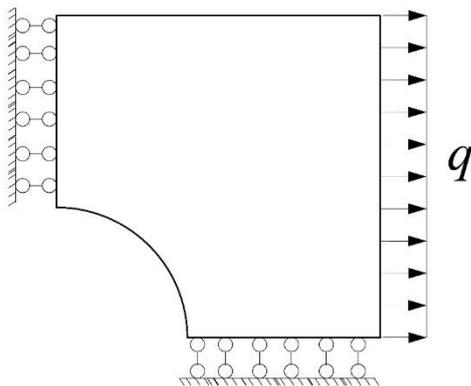


Рисунок 4 – Расчетная схема

На рисунке 5 приведен график изменения во времени наибольшей величины перемещений u . Перемещения в процессе ползучести выросли в 2.17 раз. Изменение во времени максимальных значений напряжений σ_x , σ_y и τ_{xy} на начальном отрезке времени от 0 до 200 ч приведено соответственно на рис. 6-8.

Из представленных графиков видно, что напряжения сначала убывают, а потом возрастают. В конце процесса ползучести происходит возврат к упругому решению. Объясняется это тем, что основное разрешающее уравнение плоской задачи теории упругости для пластинки из изотропного материала имеет вид:

$$\nabla^2 \nabla^2 \varphi = 0, \quad (7)$$

где φ – функция напряжений ($\sigma_x = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}$; $\sigma_y = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}$; $\tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y}$).

Для получения решения в конце процесса ползучести, достаточно во всех уравнениях для упругой задачи заменить мгновенный модуль упругости и коэффициент Пуассона на длительный. В уравнение (7) не входят упругие

постоянные, следовательно, распределение напряжений в начале и в конце процесса ползучести зависит только от граничных условий на контуре.

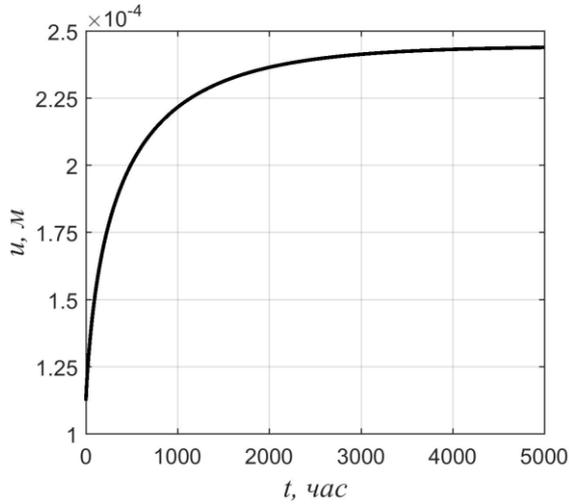


Рисунок 5 – Изменение во времени наибольшей величины перемещений u

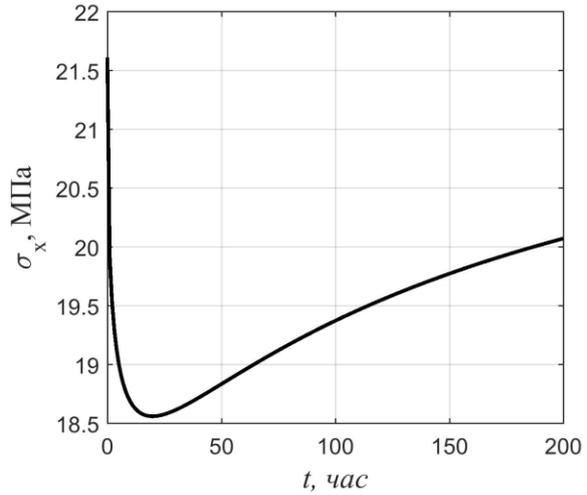


Рисунок 6 – Изменение во времени наибольшей величины напряжений σ_x

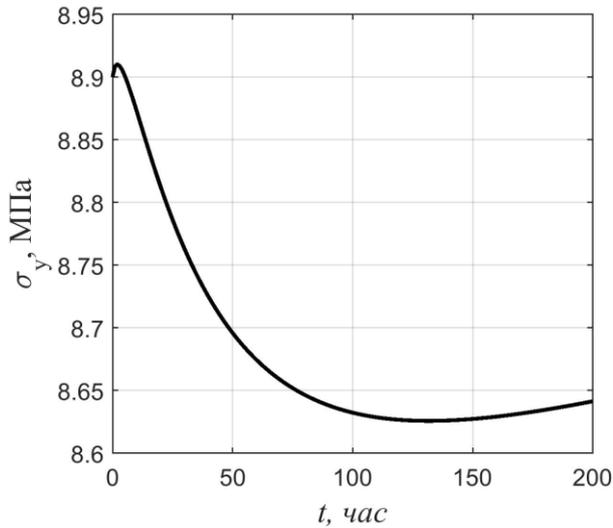


Рисунок 7 – Изменение во времени наибольшей величины напряжений σ_y

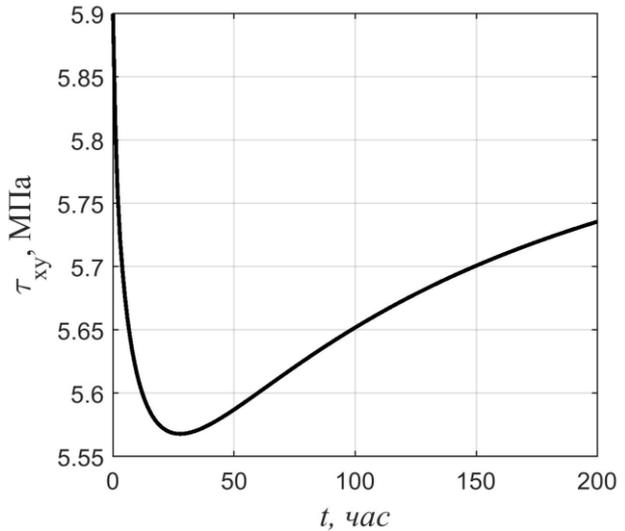


Рисунок 8 – Изменение во времени наибольшей величины напряжений τ_{xy}

В главе 3 рассматриваются задачи расчета ортотропных пластин из армированных полимеров. Физические уравнения для ортотропного полимерного композита записываются в виде:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E_1} - \nu_2 \frac{\sigma_y}{E_2} + \varepsilon_x^*; \quad \varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E_2} - \nu_1 \frac{\sigma_x}{E_1} + \varepsilon_y^*; \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} + \gamma_{xy}^*. \quad (8)$$

Основное разрешающее уравнение для задачи изгиба пластин имеет вид:

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q - \left(\frac{\partial^2 M_x^*}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 H^*}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y^*}{\partial y^2} \right), \quad (9)$$

где $D_1 = \frac{E_1 h^3}{12(1-\nu_1\nu_2)}$; $D_2 = \frac{E_2 h^3}{12(1-\nu_1\nu_2)}$; $D_3 = \frac{1}{2}(D_1\nu_2 + D_2\nu_1 + 4D_K)$; $D_K = \frac{Gh^3}{12}$;

$$M_x^* = \frac{E_1}{1-\nu_1\nu_2} \int_{-h/2}^{h/2} (\varepsilon_x^* + \nu_2 \varepsilon_y^*) z dz; \quad M_y^* = \frac{E_2}{1-\nu_1\nu_2} \int_{-h/2}^{h/2} (\varepsilon_y^* + \nu_1 \varepsilon_x^*) z dz;$$

$$H^* = G \int_{-h/2}^{h/2} \gamma_{xy}^* z dz.$$

Был выполнен расчет шарнирно опертой по контуру пластинки из стеклопластика ВПС-48/120 на основе расплавленного эпоксидного связующего ВСЭ-1212 и стеклотканей фирмы Porcher Ind, используемого в авиастроении, а также при изготовлении сильно нагруженных элементов, работающих в агрессивных средах. Пластика была загружена равномерно распределенной по площади нагрузкой, при $a = b = 1$ м, $h = 1$ см, $q = 2$ кПа. Использовался следующий закон деформирования:

$$\varepsilon_{ij}(t) = I_{ijkl} \sigma_{kl}(t) + \int_0^t K_{ijkl}(t - \tau) \sigma_{kl}(\tau) d\tau, \quad (10)$$

где ε_{ij} – тензор деформаций, σ_{kl} – тензор напряжений.

Функции ядер $K_{ijkl}(t) = \varphi_m$ принимались в виде суммы экспонент:

$$\varphi_m(t) = \frac{\lambda_m}{3} \sum_{i=1}^3 \beta_{mi} \exp(-\beta_{mi} t). \quad (11)$$

Индекс m в формуле (11) соответствует номеру ядра ползучести: $K_{1111} = \varphi_1$, $K_{2222} = \varphi_2$, $K_{1122} = \varphi_3$, $K_{1212} = \varphi_4$. Упругие и реологические параметры стеклопластика ВПС-48/120 приведены в таблице 3.

Таблица 3 – Упругие и реологические параметры стеклопластика ВПС-48/120

$\varphi_1(t)$			$\varphi_2(t)$			$\varphi_3(t)$			$\varphi_4(t)$		
I_{1111} $\cdot 10^4$	λ_1 $\cdot 10^4$	β_{1i} $\cdot 10^4$	I_{2222} $\cdot 10^3$	λ_2 $\cdot 10^4$	β_{2i} $\cdot 10^4$	I_{1122} $\cdot 10^4$	λ_3 $\cdot 10^4$	β_{3i} $\cdot 10^4$	$2I_{1212}$ $\cdot 10^3$	λ_4 $\cdot 10^3$	β_{4i} $\cdot 10^4$
2,02	0	1	1,16	1,87	0,29	0,68	0	1	1,98	4,8	0,28
		1			1,33			1			1,29
		1			3,73			1			3,37

В таблице приняты следующие единицы измерения: I_{ijkl} , λ_m – мм²/кгс, β_{mi} – 1/ч. Технические постоянные $E_1, E_2, \nu_1, \nu_2, G$ связаны с коэффициентами I_{ijkl} следующим образом:

$$E_1 = \frac{1}{I_{1111}}; E_2 = \frac{1}{I_{2222}}; G = \frac{1}{4I_{1212}}; \nu_1 = -\frac{I_{1122}}{I_{1111}}; \nu_2 = -\frac{I_{1122}}{I_{2222}}. \quad (12)$$

На рисунке 9 приведен график роста прогиба в центре пластины. Прогиб в процессе ползучести вырос на 13.4%. Графики изменения во времени наибольших по абсолютному значению величин напряжений σ_x , σ_y и τ_{xy} приведены соответственно на рис. 10-12.

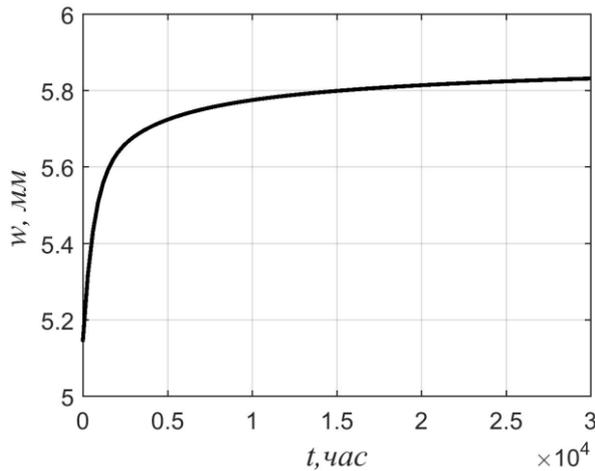


Рисунок 9 – График роста прогиба

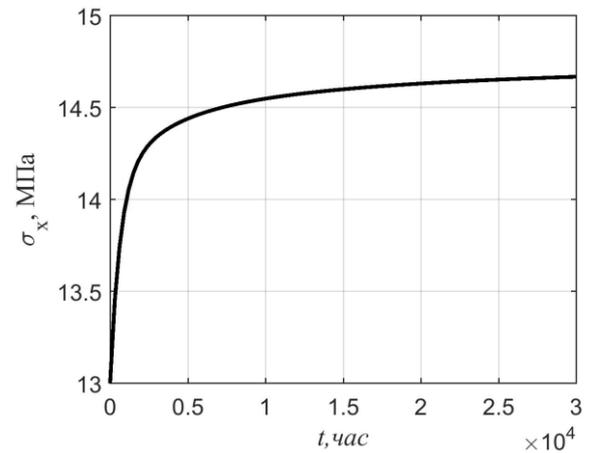


Рисунок 10 – Изменение во времени максимальных напряжений σ_x

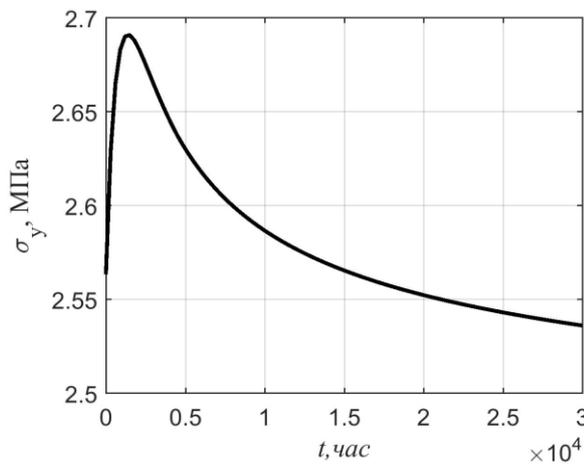


Рисунок 11 – Изменение во времени наибольшей величины напряжений σ_y

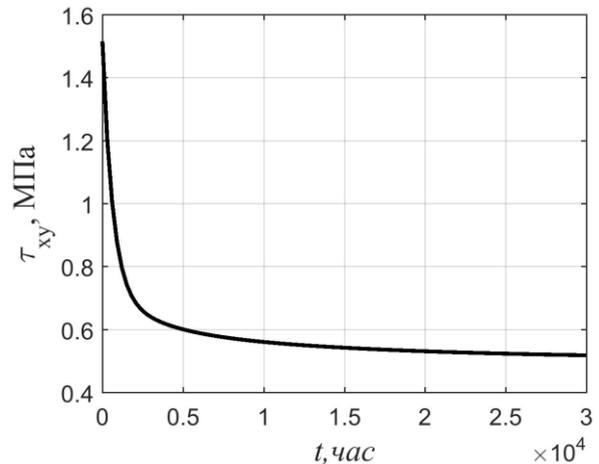


Рисунок 12 – Изменение во времени наибольшей величины напряжений τ_{xy}

Из представленных графиков видно, что напряжения σ_x во времени возрастают, их рост составил 13.1%. Напряжения σ_y сначала возрастают, а затем убывают. Наибольшее значение σ_y отличается от первоначального на 5%, а наименьшее – на 2%. Максимальные касательные напряжения в процессе ползучести снизились в 2.92 раза.

Решение задачи растяжения полосы с отверстием из стеклопластика ВПС-48/120 выполнялось методом конечных элементов. Размеры и нагрузка принимались такие же, как в главе 2.

Графики изменения наибольших величин напряжений σ_x , σ_y и τ_{xy} приведены соответственно на рис. 13 – 15. Из представленных графиков видно, что в процессе ползучести происходит существенное перераспределение напряжений: нормальные напряжения σ_x выросли на 62%, σ_y – на 30.3%, а касательные напряжения снизились на 36.1%.

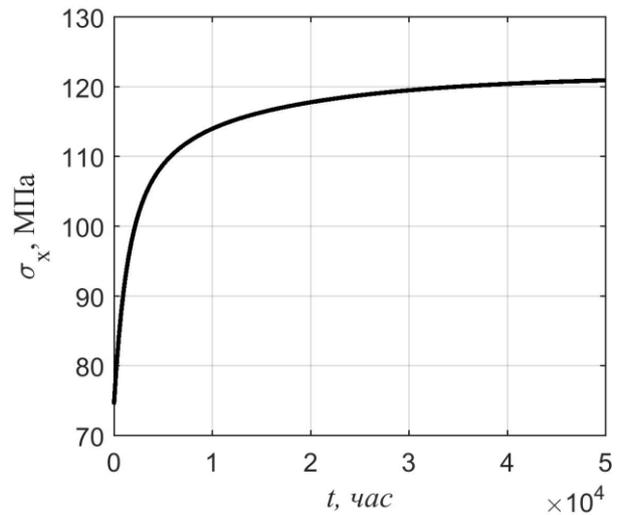


Рисунок 13 – Изменение во времени напряжений σ_x

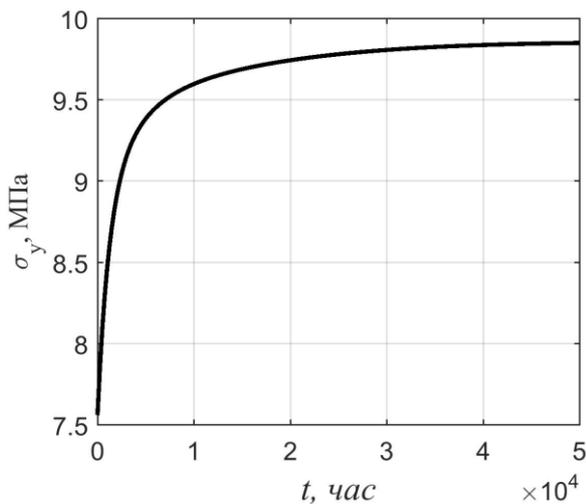


Рисунок 14 – Изменение во времени напряжений σ_y

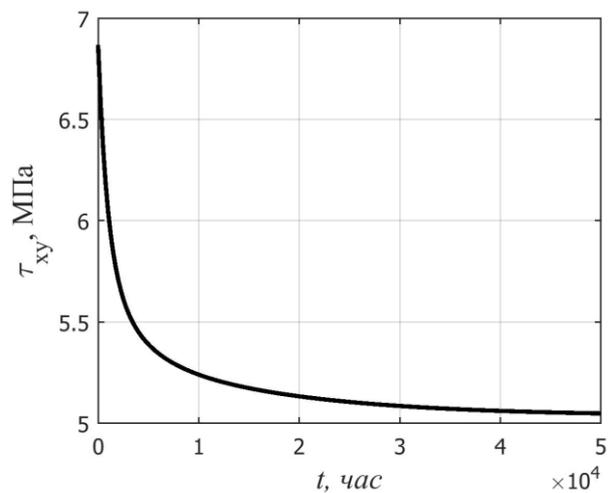


Рисунок 15 – Изменение во времени напряжений τ_{xy}

Глава 4 посвящена вопросам расчета с учетом ползучести трехслойных конструкций с полимерным наполнителем. В таких конструкциях средний слой представляет собой вспененный полимер, выполняющий теплоизоляционную функцию. Приводится методика обработки кривых сдвиговой ползучести полимеров. Для определения реологических параметров пенополиуретана,

используемого в качестве заполнителя трехслойных конструкций, нами были проведены испытания данного материала на ползучесть при сдвиге.

Эксперимент проводился в течение 1200 ч для трех различных уровней нагрузки, соответствующих 10%, 20% и 30% от предела прочности материала. Образцы размером 250x250x90 мм из жесткого двухкомпонентного пенополиуретана (PUR) (производитель компонентов Dow Chemical), с одной стороны прикреплялись к балке стальной рамы, а с противоположной стороны через стальную пластину прикладывалась вертикальная нагрузка, величина которой регулировалась путем изменения уровня воды в бочках. Перемещения нагруженной пластины замерялись с точностью 0.01 мм. Деформация сдвига есть отношение вертикального перемещения δ_v к толщине образца h .

Аналогичные испытания проводились португальскими учеными М. Garrida, J. Correia и F. Branco. Для описания кривых ползучести ими использовался степенной закон Финдли:

$$\gamma(\tau, t) = \tau \left(\frac{1}{G_e} + \frac{1}{G_t} t^n \right), \quad (13)$$

где G_e и G_t – соответственно упругий и вязкоупругий модуль сдвига материала.

Существенным недостатком закона Финдли является то, что время включено в него в явном виде. Вследствие этого данный закон применим только при простом нагружении, когда нагрузка во времени постоянна. Нами была выполнена обработка кривых ползучести на основе уравнения Максвелла-Гуревича. На рис. 16 представлена одна из усредненных экспериментальных кривых и ее аппроксимация. Красной линии соответствуют экспериментальные данные, синяя линия – аппроксимация экспериментальной кривой на основе уравнения Максвелла-Гуревича, фиолетовая кривая построена по формуле (13). Черной линией показана аппроксимация на основе линейного уравнения Максвелла-Томпсона.

Из рис. 16 видно, что нелинейное уравнение Максвелла-Гуревича лучше всего согласуется с экспериментальными данными. Степенной закон Финдли и линейное уравнение Максвелла дают весьма посредственные результаты.

Полученные автором, упругие и релаксационные характеристики жесткого двухкомпонентного пенополиуретана приведены в таблице 4.

Таблица 4 – Упругие и реологические параметры жесткого двухкомпонентного пенополиуретана (PUR)

Модуль сдвига G , МПа	Уравнение Максвелла-Гуревича			Уравнение Максвелла-Томпсона	
	Модуль высокоэластичности E_{∞} , МПа	Начальная релаксационная вязкость η_0^* , МПа·ч	Модуль скорости m^* , МПа	Длительный модуль сдвига H , МПа	Время релаксации n , ч
4.85	27.38	$1.43 \cdot 10^4$	0.0218	3.17	230.62

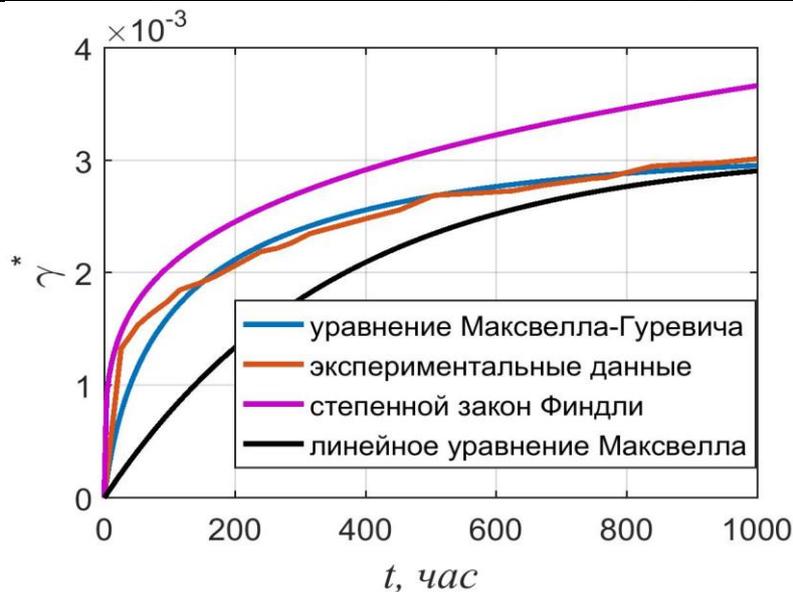


Рисунок 16 – Экспериментальная кривая ползучести и ее аппроксимация

Также в главе 4 были получены разрешающие уравнения для расчета на ползучесть трехслойных балок с легким заполнителем. При выводе уравнений использовалась техническая теория трехслойных конструкций, согласно которой изгибающий момент полностью воспринимается обшивками, а заполнитель воспринимает только поперечную силу, работая при этом на сдвиг. Для перемещений по толщине балки принималось линейное распределение. В итоге задача свелась к дифференциальному уравнению, имеющему вид:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -\frac{M(x)}{EI} - \frac{q}{G_3 b h} + \frac{\partial \gamma_c^*}{\partial x} \quad (14)$$

где E – модуль упругости обшивок, $I = b\delta \frac{h^2}{2}$ – момент инерции обшивок, δ – толщина обшивок, G_3 – модуль сдвига заполнителя, γ_c^* – деформации ползучести заполнителя, b и h ширина и высота балки.

Была решена тестовая задача для трехслойной шарнирно опертой по концам балки с алюминиевыми обшивками, загруженной равномерно распределенной нагрузкой при следующих исходных данных: пролет $l = 1.5$ м, $E = 0.71 \cdot 10^5$ МПа, $b = 0.1$ м, $h = 0.06$ м, $\delta = 1$ мм. На рис. 17 приведены графики роста прогиба при различной величине нагрузки q . Сплошным линиям соответствует результат с использованием уравнения Максвелла-Гуревича, штриховым – на основе линейного уравнения Максвелла-Томпсона.

Из представленных графиков видно, что при малых напряжениях результаты по линейной и нелинейной теории практически совпадают, но с ростом нагрузки наблюдается различие в характере кривых.

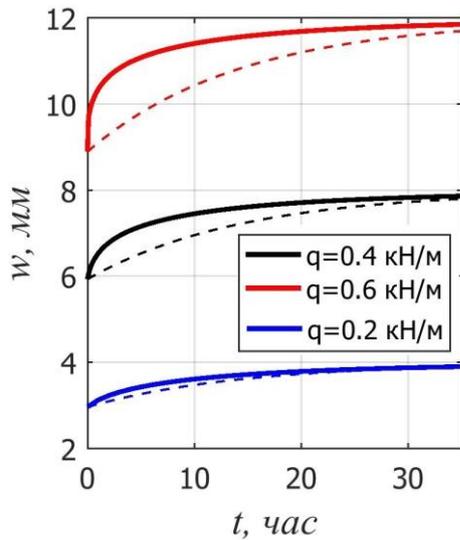


Рисунок 17 – Графики роста прогиба при различной величине нагрузки q

пластины при ползучести полностью определяется четырьмя дифференциальными уравнениями второго порядка:

$$\nabla^2 F = -\frac{q}{D}; \quad \nabla^2 w = -\frac{q}{G_3 h} - F + \frac{\partial \gamma_{zx}^{c*}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zy}^{c*}}{\partial y}; \quad (15)$$

По нелинейной теории при больших напряжениях рост прогиба и затухание скорости происходит быстрее. В конце процесса ползучести прогибы, полученные по линейной и нелинейной теории, совпадают при любом уровне нагрузки.

Помимо трехслойных балок в главе 4 рассматривались трехслойные пластины. При выводе уравнений используются те же гипотезы, что и для балок. Напряженно-деформированное состояние трехслойной

$$\nabla^2 \alpha - \frac{2G_3 h}{D(1-\nu)} \alpha = \frac{2G_3 h}{D(1-\nu)} \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \gamma_{zx}^{c*} \right) - \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\partial F}{\partial x};$$

$$\nabla^2 \beta - \frac{2G_3 h}{D(1-\nu)} \beta = \frac{2G_3 h}{D(1-\nu)} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \gamma_{zy}^{c*} \right) - \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\partial F}{\partial y},$$

где $F = \frac{\partial \alpha}{\partial x} + \frac{\partial \beta}{\partial y}$ – функция перемещений, $D = \frac{E\delta h^2}{2(1-\nu^2)}$ – цилиндрическая жесткость трехслойной пластины, $\alpha = (u_H - u_B)/h$, $\beta = (v_H - v_B)/h$, $u_{H(B)}$ и $v_{H(B)}$ – перемещения нижней (верхней) обшивки.

Уравнения (15) решаются последовательно методом конечных разностей. Кроме метода конечных разностей для расчета трехслойных пластин использовался метод конечных элементов. Были получены уравнения для прямоугольного трехслойного элемента.

Расчет выполнялся для прямоугольной шарнирно опертой по контуру плиты при следующих исходных данных: $h = 8$ см, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\delta = 1.5$ мм, $a = b = 3$ м, $q = 2$ кПа. В качестве закона ползучести использовалось нелинейное уравнение Максвелла-Гуревича.

График роста прогиба в центре плиты приведен на рис. 18. Совпадение результатов, полученных при помощи МКР и МКЭ свидетельствует о их достоверности. При небольшой нагрузке напряжения в обшивках и заполнителе практически не меняются, их распределение показано на рис. 19-21.

С увеличением нагрузки проявляется нелинейный характер ползучести. На рис. 22 приведен график изменения во времени наибольших касательных напряжений в обшивках при $q = 10$ кПа. В течение первых трех часов происходит рост напряжений на 6.65%, а затем они убывают.

Напряжения σ_x и σ_y во времени не меняются. Касательные напряжения в заполнителе в начальный момент времени убывают на 2.5%, график их изменения во времени приведен на рис. 23. В конце процесса ползучести напряжения в обшивках и заполнителе такие же, как и при $t = 0$.

Для прямоугольных пластин при $a \neq b$ происходит изменение во времени не только касательных напряжений, но и нормальных.

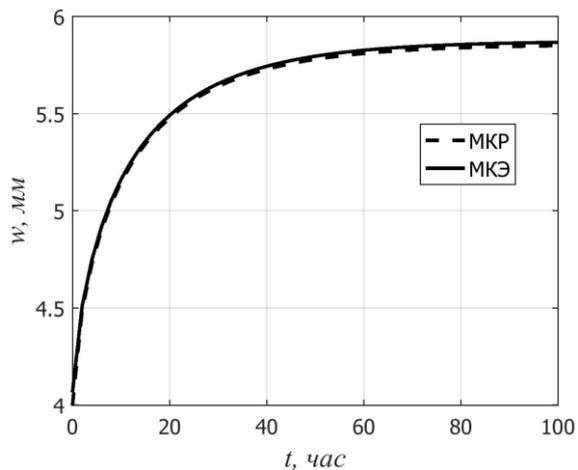


Рисунок 18 – График роста прогиба

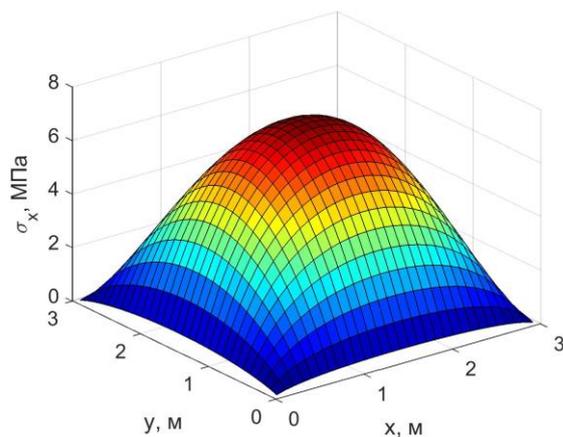


Рисунок 19 – Распределение нормальных напряжений в нижней обшивке

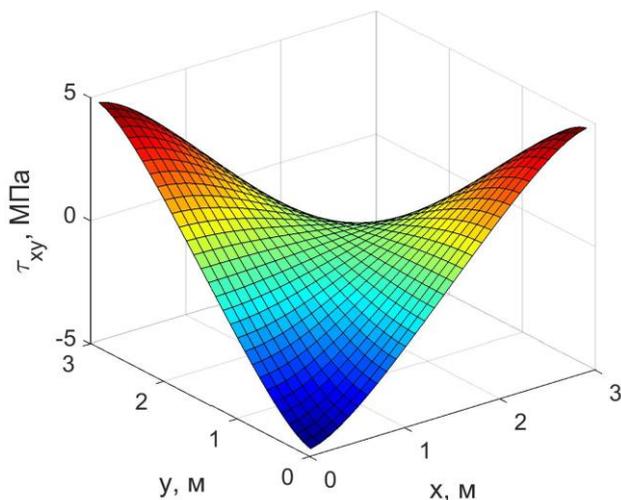


Рисунок 20 – Распределение касательных напряжений в нижней обшивке

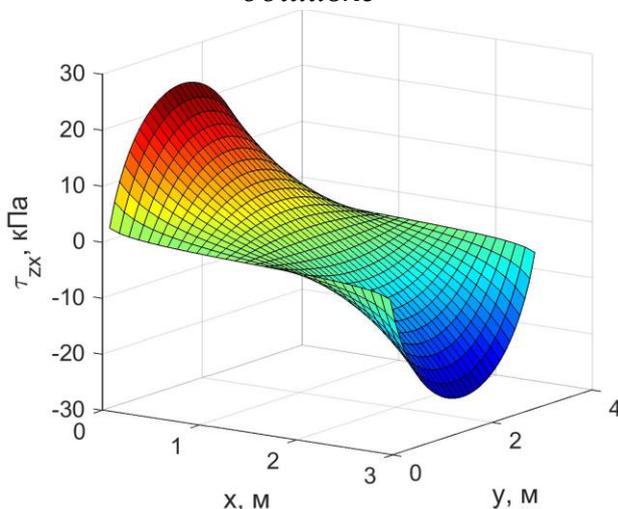


Рисунок 21 – Распределение касательных напряжений в заполнителе

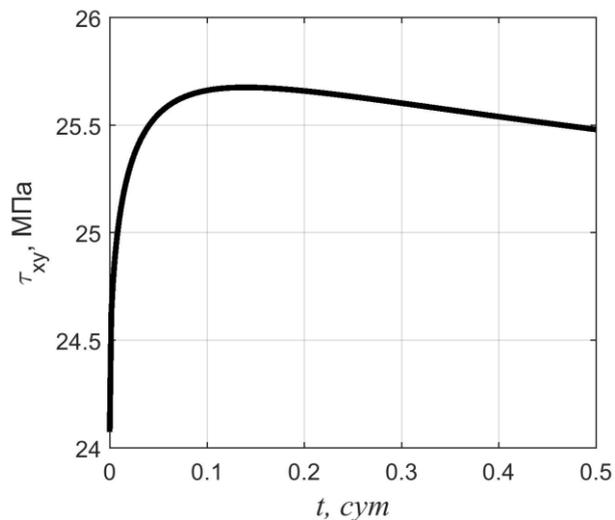


Рисунок 22 – Изменение во времени касательных напряжений в обшивках

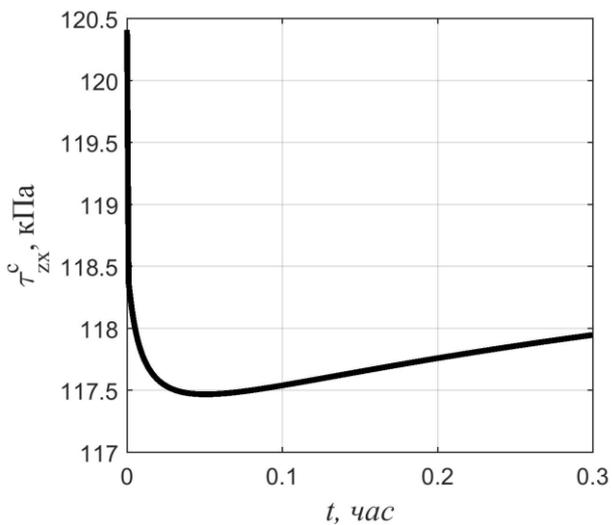


Рисунок 23 – Изменение во времени касательных напряжений в заполнителе

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации проведено комплексное исследование нелинейных реологических процессов в пластинах из полимерных и композитных материалов, а также в трехслойных пластинах с полимерным наполнителем, в результате которого выявлены закономерности изменения напряженно-деформированного состояния в процессе ползучести. Совокупность полученных результатов позволяет сделать следующие **выводы**:

1. Получены универсальные разрешающие уравнения для расчета с учетом ползучести изотропных полимерных пластин при изгибе и в случае плоского напряженного состояния. Разработана методика конечно-элементного моделирования с использованием треугольных конечных элементов.

2. Проведено теоретическое исследование ползучести изотропных полимерных пластин в случае изгиба и растяжения на примере полиметилметакрилата, вторичного поливинилхлорида, ЭДТ-10. Установлено, что при изгибе напряжения в процессе ползучести меняются незначительно. При растяжении полимерной полосы из ПММА с отверстием на начальном временном интервале происходит релаксация напряжений, а затем возврат к упругому решению.

3. Произведен вывод разрешающих уравнений и разработана универсальная методика расчета на изгиб и растяжение/сжатие с учетом ползучести ортотропных пластин из армированных полимеров. Рассмотрена задача изгиба, а также растяжения пластинки с отверстием из стеклопластика ВПС-48/120. Установлено, что для ортотропной пластинки, в отличие от изотропной, происходит перераспределение напряжений: нормальные напряжения возрастают, а касательные убывают. Получены выражения для длительных упругих постоянных, что позволяет найти решение задачи в конце процесса ползучести теми же методами, что и упругое решение.

4. Разработана методика и произведено определение реологических параметров материала, входящих в нелинейное уравнение Максвелла-Гуревича,

при сдвиговой ползучести на примере жесткого двухкомпонентного пенополиуретана. Установлено, что для пенополиуретана указанное уравнение лучше описывает кривые ползучести по сравнению с используемыми в литературе законами Финдли и Максвелла-Томпсона.

5. Проведено теоретическое исследование ползучести трехслойных балок с легким наполнителем из пенополиуретана с использованием уравнения Максвелла-Томпсона, а также уравнения Максвелла-Гуревича. При малых напряжениях линейная и нелинейная теория дает очень близкие результаты, но с ростом нагрузки наблюдается различие в характере кривых. Для подтверждения результатов выполнено конечно-элементное моделирование в программном комплексе ЛИРА-САПР в трехмерной постановке с использованием выведенных автором длительных механических постоянных.

6. Получена система дифференциальных уравнений для расчета с учетом ползучести трехслойной пластинки с средним полимерным слоем. Разработана методика конечно-элементного моделирования ползучести трехслойных конструкций с использованием прямоугольных конечных элементов. Представлено сравнение результатов, полученных при помощи МКР и МКЭ. Установлено, что при использовании нелинейного закона ползучести, в отличие от линейной теории, для пластины с пенополиуретановым наполнителем наблюдается изменение во времени напряжений. Касательные напряжения в обшивках возрастают, а в наполнителе убывают, однако в конце процесса происходит возврат к упругому распределению напряжений.

Основное содержание работы изложено в следующих публикациях:

Статьи в изданиях, рекомендованных ВАК РФ, или входящих в

международные реферативные базы Scopus/Web of Science:

1. **Савченко, А.А.** Концентрация напряжений в вязкоупругой полимерной пластинке с отверстием / А.А. Савченко // Научно-технический вестник Поволжья. – 2017. – №4. – С. 44-47

2. Чепурненко, А.С. Моделирование реологических процессов в трехслойных плитах с пенополиуретановым наполнителем / А.С. Чепурненко, **А.А. Савченко** // Пластические массы. – 2018. – №5-6. – С. 24-27

3. Чепурненко, А.С. Конечно-элементное моделирование ползучести пластин произвольной формы / А.С. Чепурненко, А.В. Сайбель, **А.А. Савченко** // Инженерный вестник Дона. – 2017. – №1. – Режим доступа: <http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2017/3998>.

4. Чепурненко, А.С. Расчет круговой цилиндрической оболочки по моментной теории с учетом ползучести / А.С. Чепурненко, А.В. Сайбель, **А.А. Савченко** // Инженерный вестник Дона. – 2017. – №3. – Режим доступа: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2017/4197.

5. Чепурненко, А.С. Моделирование ползучести армированной плиты на основе вязкоупругой реологической модели / А.С. Чепурненко, А.В. Сайбель, В.С. Чепурненко, **А.А. Савченко** // Научное обозрение. – 2017. – №7. – С. 50-55

6. Chepurnenko, A.S. Calculation for the Circular Plate on Creep Considering Geometric Nonlinearity / A.S. Chepurnenko, В.М. Yazyev, **A.A. Savchenko** // Procedia Engineering. – 2016. – Т. 150. – С. 1680–1685.

7. Chepurnenko, A.S. Calculation of a three-layer plate by the finite element method taking into account the creep of the filler / A.S. Chepurnenko, A.A. Savchenko, S.B. Yazyeva // MATEC Web of Conferences. – 2017. – Т. 129. – Режим доступа: https://www.matec-conferences.org/articles/mateconf/pdf/2017/43/mateconf_icmtmte2017_05008.pdf

8. Danilova-Volkovskaya, G.M. Calculation of the bending of electromechanical aircraft element made of the carbon fiber / G.M. Danilova-Volkovskaya, A.S. Chepurnenko, A. Begak, **A.A. Savchenko** // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. – 2017. – Т. 90 – С. 1-6. – Режим доступа: <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1755-1315/90/1/012046/pdf>

Статьи в других изданиях:

9. Чепурненко, А.С. Конечно-элементное моделирование ползучести трехслойной пластины / А.С. Чепурненко, В.С. Чепурненко, **А.А. Савченко** //

Молодой исследователь Дона. – 2017. – №3. – Режим доступа: http://mid-journal.ru/upload/iblock/508/95_102.pdf

10. Чепурненко, А.С. Расчет трехслойной балки с учетом ползучести среднего слоя / А.С. Чепурненко, В.С. Чепурненко, **А.А. Савченко** // Молодой исследователь Дона. – 2017. – №4. – Режим доступа: http://mid-journal.ru/upload/iblock/b6f/18-cherurnenko-102_106.pdf

11. Чепурненко, А.С. Осесимметричный изгиб круглой трехслойной плиты при ползучести / А.С. Чепурненко, А.В. Сайбель, **А.А. Савченко** // В сборнике: «Строительство и архитектура – 2017 материалы научно-практической конференции». – Ростов-на-Дону, 2017. – С. 153-158.

12. Чепурненко, А.С. Расчет трехслойных панелей с пенополиуретановым наполнителем с учетом ползучести / А.С. Чепурненко, **А.А. Савченко** // Новые полимерные композиционные материалы. Микитаевские чтения: Материалы XIV Международной научно-практической конференции. – Нальчик: Издательство «Принт Центр», 2018. – С. 234-240.

Авторские свидетельства на программу для ЭВМ:

13. А.с. 2016614064 Рос. Федерация: Расчет многослойных полимерных труб с учетом ползучести материала / Б.М. Языев, А.С. Чепурненко, А.Е. Дудник, **А.А. Савченко** // Заявка №2016611241 от 17.02.2016 г.